

ACADEMIE DE MONTPELLIER

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC

THESE

à...

présentée à l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc
pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences Physiques

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU COMPORTEMENT
DES JAUGES DE CONTRAINTE

par

Fikry EL MOAZZAMY

Master of Sciences - Electrical Engineering

Soutenue le Juillet 1973 devant la Commission d'Examen.

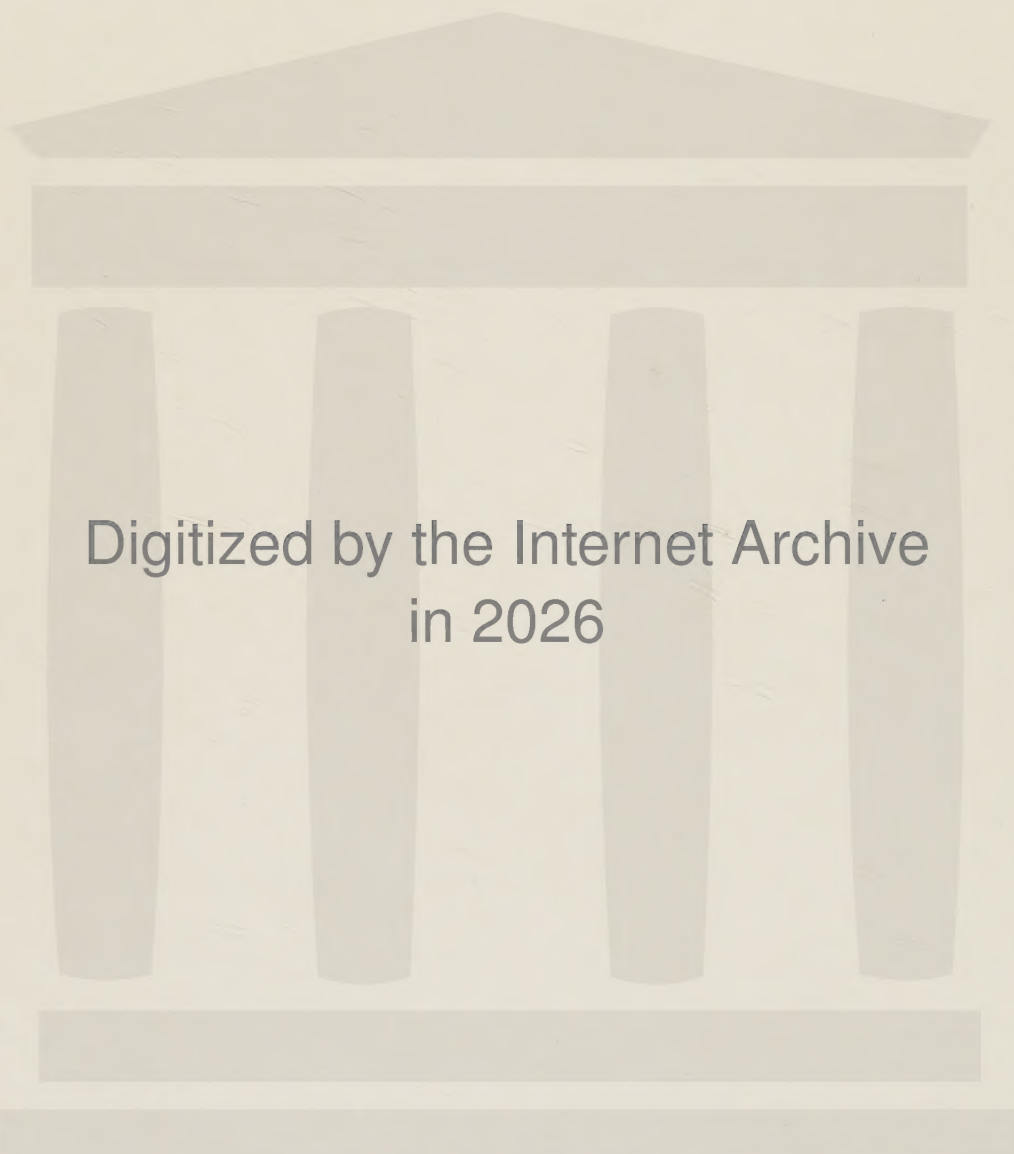
JURY : MM. R. JOUTY

Président

P. CAILLON

E. GROUBERT

}
Assesseurs



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548320_0011

ACADEMIE DE MONTPELLIER

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC

T H E S E

présentée à l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc
pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences Physiques

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU COMPORTEMENT

DES JAUGES DE CONTRAINTE

(Etude des Causes de dérive et d'Instabilité des Transducteurs
à Jauges de Contrainte)

par

Fikry EL MOAZZAMY

Master of Sciences - Electrical Engineering

Soutenue le Juillet 1973 devant la Commission d'Examen.

JURY : MM. R. JOUTY

Président

P. CAILLON

E. GROUBERT

}

Assesseurs

ANNALES DE L'INSTITUT DE FRANCE
ACADEMIE DES SCIENCES ET DES LETTRES
SÉANCE DU 15 JANVIER 1901

1901

Le Président de l'Académie a lu le rapport de M. le Ministre de l'Instruction publique sur l'état de l'enseignement supérieur en France.

CONSTITUTION A L'ETUDE DU COMPTON

PAR M. LE COMTE DE LAUNAY

(Suite de la séance du 15 janvier 1901)
M. le Comte de Launay a lu son rapport.



1901

Le Président de l'Académie a lu le rapport de M. le Ministre de l'Instruction publique sur l'état de l'enseignement supérieur en France.

Le Président de l'Académie a lu le rapport de M. le Ministre de l'Instruction publique sur l'état de l'enseignement supérieur en France.

Le Président de l'Académie a lu le rapport de M. le Ministre de l'Instruction publique sur l'état de l'enseignement supérieur en France.

LISTE DES PROFESSEURS
DE L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DU LANGUEDOC

PRESIDENT : J. ROUZAUD.

Vice-Présidents : B. CHARLES - G. SAUMADE.

Doyens honoraires de l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc :

P. MATHIAS

B. CHARLES

A. CASADEVALL

Professeurs honoraires de l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc :

R. JACQUES

G. DENIZOT

M. MOUSSERON

M. CASTERAS

J. GRANIER

P. CHATELAIN

E. CARRIERE

Ch. BOUHET

A.M. VERGNOUX

E. TURRIERE

J. MOTTE

J. SALVINIEN

C. CAUQUIL

Secrétaire Général : E. SIAU

Professeurs titulaires :

M. J.P. ROIG Physique

Mlle O. TUZET Zoologie

M. G. COUCHET Mécanique Supérieure

M. J. AVIAS Géologie

M. P. VIELES Chimie

M. R. MAURY (I.P.A.) Droit

M. E. KAHANE Chimie Biologique

M. J.J. MOREAU Mécanique Rationnelle

II

M.	B. CHARLES	Mathématiques Pures
M.	R. JOUTY	Physique
M.	R. LEGENDRE	Zoologie
M.	I. ASSENMACHER	Physiologie Animale
M.	B. PISTOULET	Physique
M.	Ch. ROUMIEU	Analyse Supérieure
M.	J. ROBIN	Physique
M.	A. POTIER	Chimie Minérale
M.	R. LAFONT	Physique
M.	R. JACQUIER	Chimie
M.	J. FALGUÉIRETTES	Minéralogie
M.	J. REGNIER	Chimie
Mme	J. CHARLES	Mathématiques
M.	P. CAILLON	Physique
M.	J. ROUZAUD	Chimie
M.	Ch. SAUVAGE	Botanique
M.	H. CHRISTOL (E.N.S.I.).....	Chimie
Mme	G. VERNET	Biologie Animale
M.	L. CECCHI.....	Physique
M.	H. ANDRILLAT	Astronomie
M.	M. SAVELLI	Physique
M.	M. MATTAUER	Géologie
M.	L. EUZET	Zoologie
M.	C. DELOUPY	Physique
M.	L. GRAMBAST	Botanique
M.	A. BONNET	Botanique
M.	G. LAMATY	Chimie
M.	R. MARTY	Psychophysiologie
Mme	S. ROBIN.....	Physique
M.	R. CORRIU (I.U.T.).....	Chimie
Mme	N. PARIS	Physiologie végétale
M.	J. ZARZYCKI	Sciences des matériaux (Physique du Solide)
M.	S. GROMB.....	Chimie Physique
M.	F. SCHUE	Chimie Organique
M.	M. MAURIN	Chimie Minérale
M.	P. SABATIER	Mathématiques
M.	L. THALER	Paleontologie

Professeurs sans chaire :

M.	G. TOURNE	Chimie
M.	J. REMY	Géologie
M.	P. DEMANGEON	Géologie
M.	E. GROUBERT	Physique
Mme	H. GUASTALLA	Biologie physico-chimique
M.	R. LENEL	Biologie Animale
M.	F. PROUST	Géologie
M.	A. BASSOMPIERRE	Physique
M.	N. ROBY	Mathématiques
M.	R. GAUFRES	Chimie
M.	J. PARIS	Zoologie
M.	G. BOUGNOT	Physique
M.	M. ROUZEYRE	Physique
M.	P. MOLINO	Mathématiques
M.	J. LEGRAND	Physiologie Animale
M.	R. JONARD	Botanique
M.	R. CANO (I.U.T.).....	Mesures Physiques
M.	J.P. FILLARD (I.U.T.- NIMES).....	Génie Electrique
M.	J.M. MORETTI.....	Biochimie
M.	J.L. IMBACH	Chimie
M.	C. GOUT	Physique
M.	H. MATHIEU	E.E.A. Electronique
M.	C. DURANTE	Automatique

Professeurs Associés :

M.	E. AKUTOWICZ	Mathématiques
M.	A. MICALI	Mathématiques
M.	C. VAGO	Biologie Animale
M.	L. DAUZIER	Physiologie Animale
M.	Y. CORMARY	Sciences et Techniques de l'eau (Hydrologie)

Maîtres de Conférences :

M.	G. LOUPIAS	Mathématiques
M.	Ch. CASTAING	Mathématiques

IV

M.	J.D. BAYLE	Physiologie Animale
M.	R. HAKIM	Mathématiques
Mme	M. HAKIM	Mathématiques
M.	F. HALLE	Biologie Végétale
M.	G. MASCHERPA	Chimie
M.	F. LAPSCHER	Mathématiques
M.	J. GARCIA (I.U.T.)	Génie Mécanique
M.	M. DENIZOT	Biologie Végétale
M.	B. BRUN	Chimie Physique
M.	L. GIRAL	Chimie Organique
M.	L. LASSABATERE (I.U.T.)	Mesures Physiques
M.	J.P. TRILLES(I.U.T).....	Biologie Appliquée
M.	G. LECOY (I.U.T.)	Génie Electrique
M.	G. BORDURE (I.U.T.)	Génie Electrique
M.	Y. PIETRASANTA (E.N.S.I.).....	Chimie Appliquée
M.	M. AMANIEU (Sc. & Tech.).....	Hydrologie et mariculture
M.	J. CROUZET (Sc. & Tech.).....	Biochimie Appliquée
M.	A. COMMEYRAS	Chimie Organique
M.	J.L. ROBERT (I.U.T. - NIMES).....	Génie Electrique
M.	P. LOUIS	Géophysique Appliquée
Mlle	M. LEVY (I.U.T.).....	Chimie
M.	J. LAGARRIGUE (I.U.T.).....	Biologie Appliquée
M.	C1. DROGUE (Sc. & Tech.).....	Hydrogéologie
M.	P. GENESTE (E.N.S.I.).....	Chimie Physique Appliquée
M.	J. CHEFTEL (Sc. & Tech.).....	Biochimie Appliquée à l'Alimentation
M.	M. AVEROUS (I.U.T. - NIMES).....	Génie Electrique
M.	B. LEMAIRE (Sc. & Tech.).....	Mathématiques appliquées Informatique
M.	M. VALADIER	Mathématiques
M.	O. MAISONNEUVE (I.U.T.).....	Informatique
M.	P. DELORD	Physique
M.	M. GODRON	Ecologie Végétale

Maîtres de Conférences Associés :

M.	C. MAURIN	Biologie Animale
M.	P. JOUANNA (I.U.T.)	Génie Civil

Chargés d'Enseignement :

M.	M. LEFRANC	Mathématiques
M.	Y. ESCOUFFIER	Informatique
M.	B. FILLIATRE	Informatique
M.	Y. CESARI (I.U.T.)	Informatique
M.	P. BESANCON	Physiologie de la nutri- tion appliquée à l'alimen- tion
M.	R. BEN AIM	Génie Chimique et traite- ment des eaux

Chargé des fonctions de Maître de Conférences :

M. G. SAUMADE (I.U.T.)

Chargés de cours :

M. J. GUIN (I.P.A.)
M. Cl. PEROCHON (I.U.T.)
M. M. MOUTON (I.U.T.)

A Monsieur le Professeur JOUTY

Je tiens tout d'abord à exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur R. JOUTY qui m'a accueilli dans son laboratoire et a dirigé mes recherches. Ses conseils judicieux m'ont permis de surmonter bien des difficultés.

Je remercie Messieurs les Professeurs P. CAILLON et E. GROUBERT pour l'intérêt porté à ce travail et pour l'honneur qu'ils ont bien voulu me faire de participer à ce jury.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur PEREZ du laboratoire de Monsieur le Professeur GOBIN à l'I.N.S.A. de Lyon pour son efficace contribution à la réalisation de cette thèse.

Enfin, je remercie également tout le personnel du Laboratoire de Physique des Métaux pour l'aide matérielle qu'il m'a apporté et tous ceux, qui de près ou de loin, ont contribué à ce travail.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 -- ETUDE THEORIQUE ET PRELIMINAIRE	
1 - Intoduction	5
2 - Historique	6
3 -- Les propriétés physiques du Cu-Ni	8
4 - La piézorésistance et l'élastorésistance au point de vue physique du solide	12
5 - Relation entre piérorésistance et tenseur de déformation élastique	17
6 - Texture des jauges de contrainte de type impérimé et des fils nus	22

Première partie : Facteurs externes

CHAPITRE 11- EFFET DE LA TEMPERATURE	
1 - Introduction	40
2 - Le transducteur et son controle de température	41
3 - L'appareillage	49
4 - Dérives et bruits engendrés dans le circuit de mesure.	56
5 - Dérive dûe à l'action de la température ambi- ante sur les jauges.	58
6 - Transfert de chaleur entre la jauge et l'échan- tillon support.	61
7 -- Etude théorique des facteurs de variation de résistance de la jauge avec la température	69
8 - Conclusion	72

CHAPITRE III - L'EFFET DE L'ETAT HYGROMETRIQUE

1 - Introduction	74
2 - L'effet de la variation de la résistance d'isolement	76
3 - L'effet à court terme de l'humidité	82
4 - Effet des rayonnements nucléaires	91
5 - Dérive due au durcissement incomplet du collage.	92
6 - Conclusion et remarques diverses.	93

Deuxième partie : Facteurs internes

CHAPITRE IV - LE FLUAGE ET L'HYSTERESIS DANS LES JAUGES COLLEES

1 - Introduction	95
2 - Définitions et remarques préliminaires	96
3 - Les résultats expérimentaux des jauges collées sur des lames d'aluminium.	102
4 - Les résultats expérimentaux des jauges des cellules de charge de la machine INSTRON.	108
5 - Les résultats expérimentaux des jauges collées sur lames d'acier en carbone.	113
6 - Conclusion	121

CHAPITRE V - LE FLUAGE ET L'HYSTERESIS DANS LES FILS NUS

1 - Introduction	122
2 - L'appareil d'étude	122
3 - Le fluage dans les fils nus de diamètres différents	125
4 - Comparaison entre les différents fils	135
5 - Conclusion	137

CHAPITRE VI - ESSAI D'INTERPRETATION PHYSIQUE DU PHENOMENE DE FLUAGE (ANELASTICITE)

1 - Introduction	138
2 - Variation de la résistance de la jauge avec l'allongement	139

3 - Le frottement interne des fils de constantan	140
4 - L'effet thermoélastique dans les fils nus	147
5 - Mesure du temps d'établissement de l'équilibre thermique des jauges nues	162
6 - Le frottement interne dans les matériaux époxy	163
7 - Conclusion	165

CONCLUSION GENERALE	168
---------------------	-----

ANNEXE	170
--------	-----

BIBLIOGRAPHIE	180
---------------	-----

INTRODUCTION

La mesure continue des petits déplacements ou des petites déformations se fait couramment au moyen de capteurs de types divers. Les performances de ces capteurs (sensibilité, fidélité) sont limitées pour des raisons diverses. Parmi ces capteurs, les jauges de contrainte sont d'un emploi très courant, en raison de leur simplicité d'emploi, et des performances déjà élevées qu'elles permettent d'obtenir, pour un prix des plus modiques, par le montage en pont de Wheatstone. Le principe de ces jauges consiste à mesurer les variations de résistance de la jauge, sous l'effet des déformations (allongement ou compression) qui lui sont imposées. Les jauges les plus usuelles sont métalliques, collées à la surface d'un élément déformable, par l'intermédiaire d'un film isolant. On utilise parfois aussi des jauges nues, c'est-à-dire de simples fils tendus entre deux points dont la distance peut varier légèrement. On utilise parfois des jauges non métalliques, constituées par une très mince barrette de matériau semi-conducteur.

Le but du présent travail est de déterminer les possibilités ultimes des capteurs à jauges de contraintes, pour la mesure des déplacements les plus faibles, au cours de mesures de longue durée. C'est, dans ce type de mesures, la stabilité du zéro du système qui limite finalement ses possibilités, beaucoup plus que la sensibilité, qui, grâce aux amplificateurs modernes, peut être augmentée à peu près autant qu'on le veut. On exprime commodément les effets de dérive du zéro par l'allongement relatif équivalent de la jauge. Cet allongement peut être chiffré en prenant comme unité le "micro-allongement", égal à 10^{-6} (mm/mm).

Cette dérive est due principalement à des :

- Facteurs externes : principalement température et humidité, accessoirement rayonnements nucléaires, très gênants dans quelques applications.
- Facteurs internes dus à la jauge elle-même : fluage, hystérésis.

L'hystérésis se manifeste par le fait que, lors de déformations rapides, la réponse de la jauge n'est pas toujours absolument immédiate. Le fluage, ou relaxation ou trainage, n'est pas physiquement toujours clairement distinct de l'hystérésis. Il se manifeste principalement quand le système de mesure subit des variations non cycliques.

L'expérience typique consiste à charger un capteur à jauge de contrainte pendant un temps plus ou moins long, après avoir repéré le zéro de la chaîne de mesure. Lorsqu'on décharge le capteur, le système ne revient ordinairement pas au zéro (l'écart est souvent faible, et nécessite un accroissement de la sensibilité pour être détecté). C'est une forme d'hystérésis. Après décharge, le zéro continue d'évoluer, et c'est le trainage, ou relaxation. La position du zéro au bout d'un temps très long diffère encore du zéro initial, c'est ordinairement la dérive de la chaîne de mesure. En fait, la dérive lorsqu'elle n'est pas négligeable, est un phénomène continu, elle se superpose donc aussi à la mesure de l'hystérésis et du trainage.

Afin d'en déterminer leurs conditions d'utilisation optimales, les facteurs qui affectent la réponse des capteurs à jauges de contrainte ont été étudiés expérimentalement.

Les premières expériences, faites avec des jauges du commerce collées en demi-pont, sur des lames travaillant en flexion, ont eu surtout pour but de mettre bien au point l'appareillage de mesure (alimentation, enceinte, qualité d'auto-compensation, détection du déséquilibre), et la technique d'observation. Ces expériences nous ont permis de mettre en évidence des phénomènes d'hystérésis et de trainage, lors de variations rapides, des conditions de travail de la jauge.

Pour séparer l'effet de la lame élastique sur laquelle les jauges étaient collées, dans ces expériences précédentes, des effets proprement dûs aux jauges, plusieurs types de lames ont été utilisées. Une bonne partie du phénomène de dérive, hystérésis et trainage, est attribuable à des effets thermiques. En effet, les jauges, ont un coefficient de température de leur résistivité qui, bien que rendu aussi petit que possible par les fabricants, n'est jamais nul. Leur montage électrique en pont de Wheatstone en fait des thermomètres extrêmement sensibles, malgré toutes les précautions prises. De plus, à cause de l'effet thermoélastique et du frottement interne, la température du support de la jauge et de son support varie lors des déformations, même en supposant le système parfaitement calorifugé. Une étude théorique des régimes transitoires thermiques dans la jauge, son support et dans la colle, a donc été entreprise afin de préciser la part des effets thermiques dans l'interprétation des phénomènes observés.

L'étude théorique du phénomène de piézorésistance nécessite la connaissance de la texture cristallographique des jauges commerciales de type imprimé. Cette texture a été précisée par diffraction de rayons X.

Pour séparer l'effet du fluage dans le film isolant qui sépare la jauge proprement dite de son support, des expériences sur l'effet de jauge de contrainte, et les régimes transitoires correspondants, dans des fils nus tendus, travaillant en extension pure ont été entreprises. Pour ce but un deuxième montage expérimental a été réalisé. Ces expériences avaient également pour but, par l'application brusque de contrainte ou de déformation bien déterminée, de voir si les anomalies (trainage, hystérésis) observées ne faisaient que refléter des anomalies correspondantes (inélasticité) du comportement des jauges nues ou s'il existait une anomalie spécifiquement électrique (trainage et hystérésis de résistivité).

Pour déterminer la contribution de l'effet thermoélastique aux phénomènes de trainage de résistance observés sur les fils de constantan nus, des études théoriques et expérimentales ont été entreprises. L'effet thermoélastique réagit sur les échanges thermiques entre fil et ambiance. Après un cycle complet charge/décharge, le fil subit un échauffement résiduel, analogue à un effet de

frottement interne qui disparaît peu à peu lors du repos subséquent. Les études théoriques ont pour but d'analyser les phénomènes très complexes de transfert de chaleur (par conduction à travers l'air, convection, radiation, conduction à travers les deux extrémités du fil), entre fil et thermostat. Pour cela, un programme de calcul pas à pas sur ordinateur a été mis au point et utilisé après test manuel. Les études expérimentales comportent un échauffement brusque contrôlé des jauges par la décharge d'un condensateur dans les fils (le pont est initialement équilibré) et enregistrement des variations de résistance du fil au cours du temps.

Cet effet thermoélastique est phénoménologiquement équivalent à un frottement interne du fil. Pour vérifier dans quelle mesure le frottement interne vrai apporte une contribution à l'effet observé, nous avons effectué des expériences au laboratoire de Mr GOBIN (I.N.S.A. , Lyon) pour mesurer le frottement interne dans les fils de constantan utilisés comme jauges et dans les matériaux epoxy utilisés comme colle pour les jauges collées.

La composante du frottement interne apparent due à l'effet thermoélastique dépend fortement de la section des fils utilisés, alors que les autres anomalies en sont, en principe indépendantes. C'est pourquoi des mesures comparatives sur des fils de constantan de différents diamètres ont été effectuées.

C H A P I T R E - I -

ETUDE THEORIQUE ET PRELIMINAIRE

I - 1 INTRODUCTION -

Les propriétés physiques d'un solide dépendent de son état de contrainte, c'est le cas en particulier de la résistivité. La variation de résistivité due à l'introduction d'une déformation élastique est connue sous le nom d'élastorésistance, la variation de résistivité due à l'application d'une pression isotrope est la piézorésistance.

Dans la troisième section de ce chapitre, nous donnons les propriétés physiques de l'alliage (Cu Ni de composition nominale 60/40 : constantan) utilisé pour la fabrication des jauges courantes.

Les phénomènes de piézorésistance et d'élastorésistance peuvent être étudiés du point de vue physique de solide (mécanisme du phénomène) et au point de vue phénoménologique (relations avec le tenseur des contraintes ou des déformations élastiques). Les sections 4 et 5 de ce chapitre envisagent ces deux points de vue. La section 6 comporte une étude métallographique des fils et des jauges utilisés.

I - 2 HISTORIQUE -

L'utilisation de la variation de résistance électrique d'un fil métallique pour mesurer une contrainte remonte au début du XXe siècle, c'est toutefois Lord KELVIN⁽¹⁾ qui, dès 1856, découvrit cette propriété. Après des essais infructueux sur des résistances de carbone, les recherches s'orientèrent vers l'usage des fils métalliques résistants et c'est en 1917 que BRIDGMAN réussit à faire des mesures.

L'intérêt pratique de cette méthode ne fut pas compris à l'époque. Elle fut reprise seulement vers 1935, successivement par CARLSON et E.C. SIMONS. En 1939 RUGE, du M.I.T. (U.S.A.) réalisa les premières jauges telles que nous sommes maintenant habitués à les utiliser. Le développement de cette technique aux Etats-Unis et en Angleterre fut considérable pendant la dernière guerre. On trouve actuellement dans le commerce, une gamme très étendue de jauges à fil résistant ou à grille, et d'appareillage auxiliaire, au choix des techniciens de l'industrie et des chercheurs.

Il existe actuellement trois principaux types de jauges :

A - Les jauges à fil résistant proprement dites ,

La jauge est constituée par un fil résistant de très faible diamètre. On utilise en pratique, le plus souvent, des filaments de constantan de 25 μ mais on a également réalisé des jauges avec des fils encore plus fins. Le fil replié plusieurs fois parallèlement, lui-même est collé à la fabrication, sur une feuille de papier mince (0,1 mm environ) ou entre deux feuilles de papier. Pour l'utilisation, chaque jauge est collée sur l'élément déformable servant aux mesures et dont on mesure une composante de l'allongement superficiel. On a principalement utilisé avec ces jauges, des colles à base cellulosique, puis à base de résines phénoliques (genre bakélite). Ces jauges sont utilisables jusque vers 200°C. La surface active de ces jauges est couramment de l'ordre de 8 x 10 mm. Leur surface totale, papier compris, est couramment de l'ordre de 1 x 2,5 cm.

Moyennant un collage correct, ces jauges, ainsi que les suivantes, sont utilisables non seulement pour des mesures en traction, mais aussi, et ce n'était pas évident au départ, pour des mesures en compression.

Dé ce type, il existe deux modes de fabrications :

1) Jauge à grille plane :

Le fil est disposé à plat et en zigzag afin d'en augmenter la longueur totale.

2) Jauge en dents de scie ou jauges bobinées :

Le fil est d'abord enroulé sur un support cylindrique en papier que l'on écrase ensuite à plat.

B - Les jauges à trame pelliculaire, dites "imprimées" ou à grille.

Ces jauges sont découpées par un procédé photochimique, dans une feuille métallique laminée. Chaque brin élémentaire, de section rectangulaire a une largeur égale à plusieurs fois son épaisseur. Cette épaisseur est de l'ordre de quelques microns (3 à 5 μ). Le support utilisé est généralement constitué par une mince feuille de résine époxy. L'épaisseur globale de la structure de la jauge est alors de l'ordre de 0,02 mm.

Ces jauges présentent par rapport aux jauges à fil les avantages suivants :

- fabrication en grande série plus facile avec abaissement des prix de revient,
- meilleure dissipation thermique,
- effet transversal plus faible (la partie longitudinale des brins étant plus étroite que le raccordement entre les brins successifs),
- possibilité de dimensions plus faibles permettant des mesures mieux localisées ; la surface active peut descendre jusqu'aux environs de 1 x 2 mm.

C - Jauges soudables apparues plus récemment.

Pour le domaine des hautes températures ainsi que pour les applications nucléaires ont été développées directement aux Etats-Unis les jauges soudables directement sur la structure. Ces jauges se composent d'un fil fin unique placé dans un petit tube en acier inoxydable de 8/10 à 1 mm de diamètre et de 3/100 mm. d'épaisseur environ. Ce fil est isolé de sa gaine par de la poudre de magnésie bien tassée, (la construction ressemble, aux dimensions près, à celle des résistances de chauffage blindées, et à celle des thermocouples genre "thermocoax"). Le tube est soudé de tout son long sur une plaquette également très mince. Pour l'utilisation,

on soude cette plaquette sur le corps en essai par de petits points de soudure électrique par résistance. L'isolant est suffisamment compact pour transmettre correctement au fil de mesure même les contraintes de compression.

On construit également des jauges taillées sous forme de barrette dans un monocristal de semiconducteur (silicium). Leur "coefficient" de jauge très élevé leur confère une sensibilité suffisante pour fournir directement, sans amplification, un signal électrique important. En contre-partie, ces jauges sont très coûteuses, et ont un coefficient de température très élevé. Leur emploi ne s'est pas généralisé. La technique des jauges de contrainte permet la mesure des allongements superficiels locaux. On les utilise couramment, d'une part pour connaître expérimentalement les contraintes auxquelles sont soumises des structures en service ou en essais (charpentes, ponts, pièces mécaniques, bâtis de machines) d'autre part, pour construire des "capteurs". Ces derniers, grâce à un élément déformable convenable, sont utilisés pour transformer en signal électrique, les grandeurs les plus variées (contrainte, forces⁽³⁻⁸⁾, déplacements⁽⁷⁾, pressions⁽⁷⁻¹⁰⁾ absolues ou différentielles, accélérations, etc...) Ce sont les jauges de contrainte qui ont, pour la première fois, permis de résoudre le vieux problème de la mesure précise des forces à l'échelle industrielle). Les performances (sensibilité, raideur, fiabilité) d'un bon dynamomètre à jauges de contrainte sont comparables à celles d'un dynamomètre à quartz piézoélectrique, pour un prix bien inférieur, avec une robustesse bien supérieure, et un équipement de mesure associé beaucoup plus simple et maniable (pont de Wheatstone et amplificateur à basse impédance).

Le signal de sortie du capteur peut être utilisé, soit simplement pour mesurer la grandeur d'entrée correspondante, soit pour commander un dispositif de régulation.

I - 3 LES PROPRIETES PHYSIQUES DU Cu. Ni.

A - Propriétés électriques :

La résistivité du Cu.Ni exprimée en $\mu\Omega$ - cm varie avec la teneur en nickel comme l'indique la Fig (I.1) d'après

K.J. SMITHELLS⁽¹¹⁾, la Fig (I.2) indique, d'après le Centre d'Information du Nickel⁽¹⁴⁾ la variation du coefficient de température de la résistivité des alliages cupronickel avec la composition.

B - Propriétés mécaniques :

Coefficient de dilatation linéaire

$$(0 - 38^{\circ}\text{C}) = 14,48 \times 10^{-6}$$

$$\text{Module d'Young} = 16 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$\text{Module de Coulomb} = 6,2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$$

La figure (I.3) d'après KUCZYNSKI⁽¹²⁾ donne la variation du coefficient d'élastorésistance $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\varepsilon}$ des alliages cupronickels avec la teneur en nickel.

La figure (I.4) d'après GREENOUGH⁽¹³⁾ donne la variation du facteur de jauges k avec la température, pour les alliages du type constantan (Cu Ni à 40 %). Le facteur de jauge k est défini comme le rapport de la variation relative de résistance, à l'allongement relatif correspondant : $k = \frac{1}{R} \frac{dR}{d\varepsilon}$

Il ne faut pas le confondre avec le coefficient d'élastorésistance $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\varepsilon}$, à cause de la variation de l et de S dans la formule $R = \rho \frac{l}{S}$

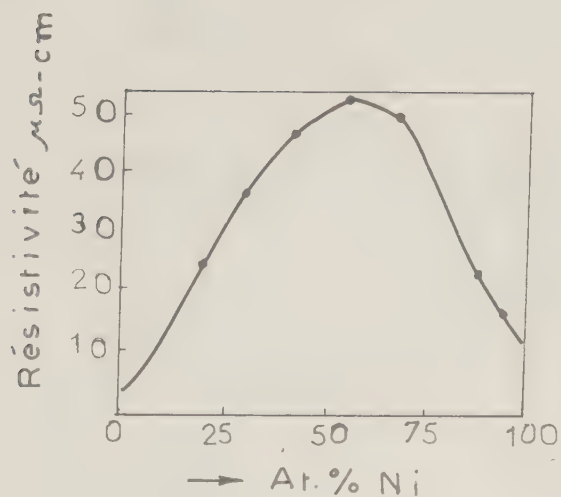
C - Propriétés magnétiques :

Les alliages cupronickel sont paramagnétiques au-dessus d'une température mesurée par le Centre d'Informations du Nickel⁽¹⁴⁾ (Fig. I.5). Ils sont ferromagnétiques au dessous. Pour moins de 41,5 % de nickel, les alliages sont paramagnétiques jusqu'au zéro absolu.

D - Propriétés métallographiques :

Le diagramme d'équilibre des cupronickels a été publié par SMITHELLS⁽¹⁵⁾. On voit (Fig. I.6) que le cuivre et le nickel sont miscibles en toutes proportions à l'état solide comme à l'état liquide. La solution solide a la structure cubique à faces centrées.

Les résultats rappelés ci-dessus soulignent les avantages pratiques des alliages constantan (60 % Cu 40 % Ni) et advance (55 % Cu 45 % Ni) pour bien des usages.



Fig(I-1) Résistivité des alliages Cu-Ni

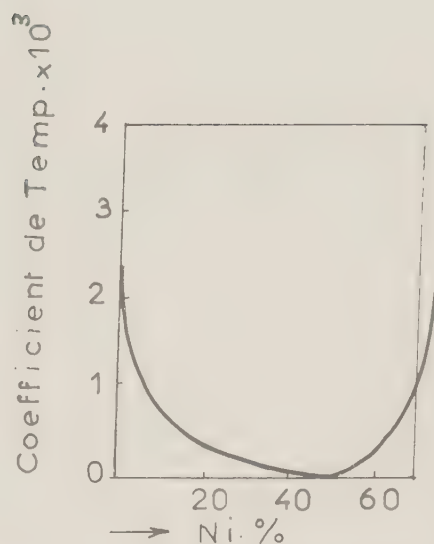


Fig (I-2) Coefficient moyen de Temp. (0-100 °C) de la Résistivité de Cu-Ni

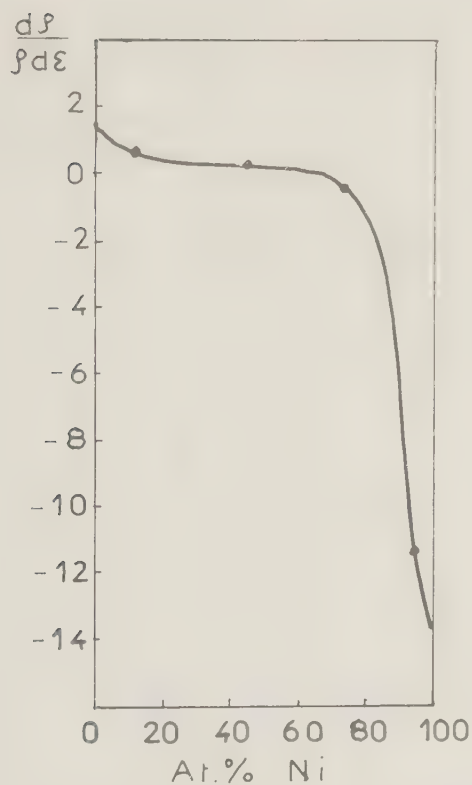
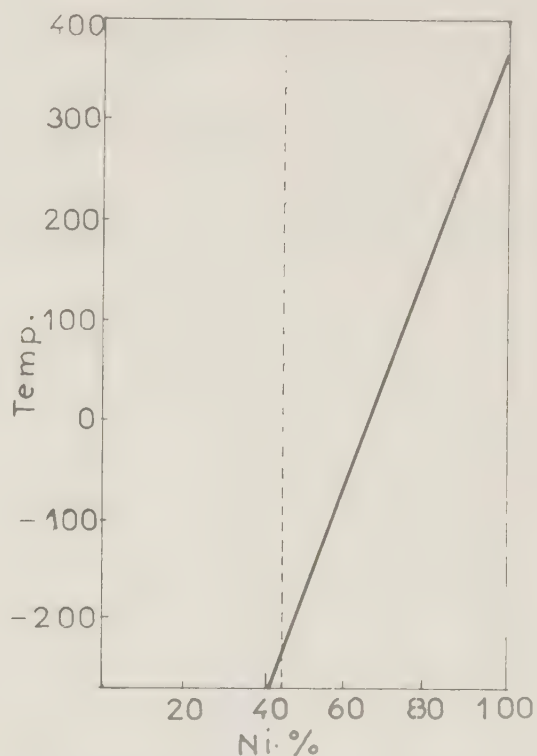
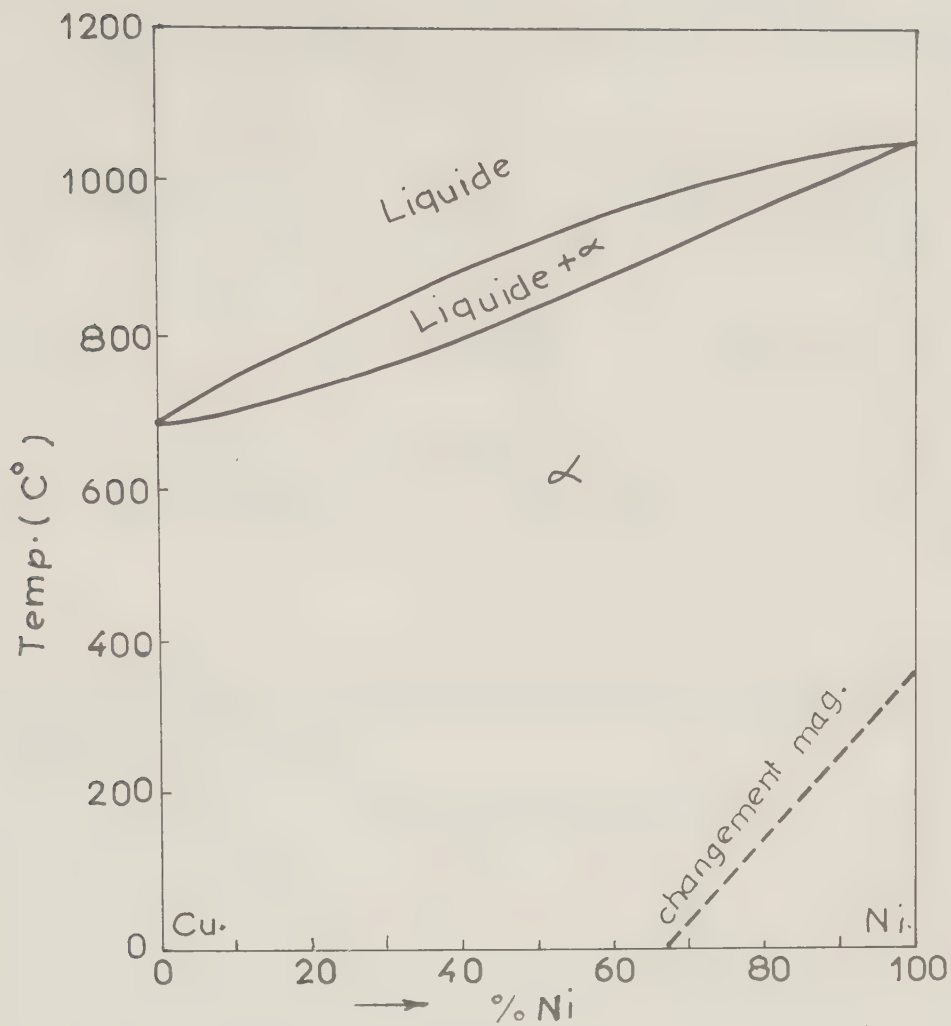


Fig.(I-3) Coefficient d'élasto-resistance du Cu-Ni



Fig(I-5) Variation du point de Curie du Cu-Ni



Fig(I-6) Diagramme de phase des alliages Cu-Ni

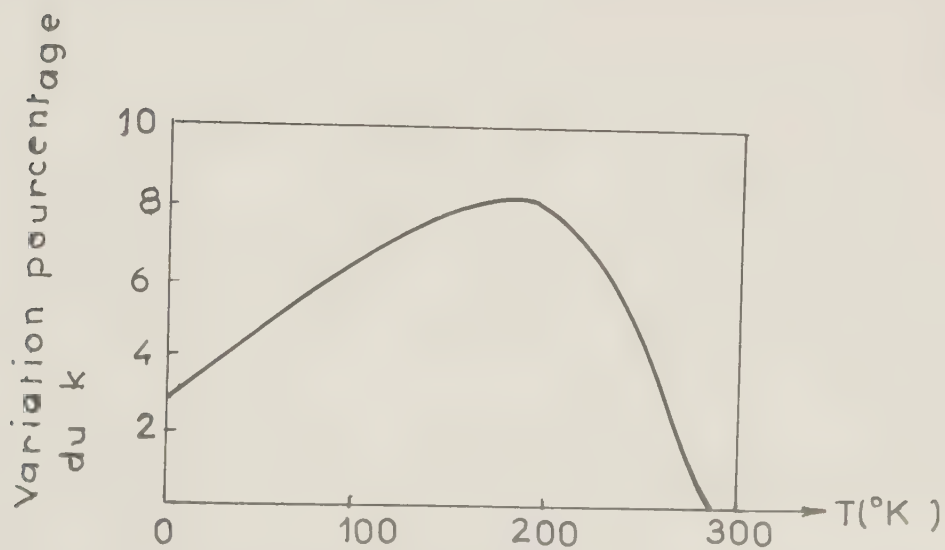


Fig.(I.4) Variation de facteur de jauge avec la Température pour l'advance et le constantan

- a - La résistivité est à peu près maximum,
- b - le coefficient de température de la résistivité est minimum et voisin de zéro. Cette propriété est de loin la plus importante,
- c - le constantan est paramagnétique au-dessus de $- 250^{\circ}\text{C}$,
- d - le coefficient d'élastorésistance $\frac{d\rho}{\rho d\varepsilon}$ qui intervient dans le calcul donné plus loin du facteur de jauge

$$k = (1 + 2\nu) + \frac{d\rho}{\rho d\varepsilon} \quad \text{est positif;}$$

(ν est le coefficient de Poisson).

Sa contribution est donc additive.

I - 4 LA PIEZORESISTANCE ET L'ELASTORESISTANCE AU POINT DE VUE PHYSIQUE DU SOLIDE :

La variation de résistance électrique avec la déformation (à l'intérieur du domaine élastique) est due en partie aux changements de la géométrie du cristal, et en partie aux variations de l'état physique à l'intérieur du métal lui-même. Dans le cas des fils métalliques étirés longitudinalement, ces deux effets entrent dans l'équation suivante :

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S}$$

$$\text{mais } \frac{dS}{S} = - 2 \nu \frac{dl}{l}$$

$$\text{donc } \frac{dR}{R d\varepsilon} = (1 + 2\nu) + \frac{d\rho}{\rho d\varepsilon} \quad \dots\dots\dots \text{I.1}$$

où R = résistance totale du fil,

ρ = résistivité spécifique du métal

ν = coefficient de Poisson

ε = allongement relatif = $\frac{dl}{l}$

$k = \frac{dR}{R d\varepsilon}$ est appelé le facteur de jauge.

Le premier terme du membre de droite de l'équation (I.1) représente l'effet purement géométrique de la déformation, et il est bien défini. Nous nous préoccupons maintenant du deuxième, l'effet physique.

Pour étudier les propriétés électriques des métaux, on considère ordinairement que les électrons dans un métal peuvent être considérés comme des particules sans interaction entre elles, se déplaçant à l'intérieur d'un potentiel moyen dont la périodicité est celle du réseau. Ce potentiel doit être considéré comme très faible (en première approximation, les électrons de conduction peuvent même être assimilés à un gaz : gaz d'électrons libres) car la distribution des niveaux d'énergie est déterminée plus par l'énergie cinétique que par l'énergie potentielle.

Dans cette approximation la résistivité électrique d'un métal peut être considérée (théorie de Drude et de Lorentz) comme une fonction de deux paramètres : le libre parcours moyen λ des électrons et le nombre effectif n des électrons libres (densité d'électrons libres)

$$\rho \approx \frac{m}{\lambda n}$$

En supposant que la masse effective d'un électron est constante, on obtient l'expression suivante pour le coefficient de sensibilité de la résistivité à la déformation :

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon} = - \frac{d\lambda}{\lambda d\varepsilon} - \frac{dn}{n d\varepsilon} \dots\dots\dots 1$$

L'énergie E des électrons est alors donnée par l'équation :

$$E = \left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) k^2 \dots\dots\dots 2$$

où k est le vecteur d'onde.

D'autre part, le nombre des électrons pouvant être considérés pratiquement comme libres (électrons d'énergie suffisamment voisine du niveau de Fermi) est donné par :

$$n = \frac{2}{\pi} \int_0^{k_F} \left(\frac{\partial E}{\partial k}\right) k dk = k_F$$

où k_F est le vecteur d'onde au voisinage du niveau de Fermi.

En combinant avec (2) on obtient :

$$n = \frac{2}{\pi} |k_F|$$

$$\text{et } \frac{1}{n} \frac{dn}{d\varepsilon} = \frac{1}{|k_F|} \left(\frac{d|k_F|}{d\varepsilon} \right)$$

or le coefficient :

$$\beta = - \frac{1}{|k_F|} \frac{d|k_F|}{d\varepsilon}$$

varie d'un métal à l'autre, mais, d'après KUCZNSKI⁽¹²⁾ est toujours de l'ordre de l'unité, et par suite :

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{d\varepsilon} \approx -1 \quad \dots\dots\dots 3$$

Par ailleurs, la variation relative de libre parcours moyen λ peut être facilement évaluée du fait que le libre parcours moyen varie comme l'inverse du carré moyen de l'amplitude des vibrations atomiques $\langle x^2 \rangle$. MOTT⁽³⁸⁾ a montré que, pour des températures supérieures à la température de DEBYE Θ , $\langle x^2 \rangle$ varie comme $\frac{1}{\Theta^2}$, donc $\lambda \approx \Theta^2$.

Par ailleurs, Θ varie avec le volume suivant la relation :

$$\frac{d(\ln \Theta)}{d(\ln V)} = -\gamma \quad \dots\dots\dots 4$$

où γ est la constante de GRUNEISEN

$$= \frac{\alpha V_0}{\chi C_V}$$

α = coefficient de dilatation thermique en volume

V_0 = volume atomique

χ = coefficient de compressibilité

C_V = chaleur molaire spécifique à volume constant.

Par ailleurs, dans un échantillon cylindrique sollicité en traction :

$$d(\ln V) = (1 - 2\nu) d\varepsilon$$

Il vient, successivement :

$$\frac{d\theta}{\theta} = -\gamma \frac{dV}{V} = -\gamma (1 - 2\nu) d\varepsilon$$

$$\frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{d\varepsilon} = \frac{2}{\theta} \frac{d\theta}{d\varepsilon} = -2\gamma (1 - 2\nu)$$

et le coefficient d'élastorésistivité est donné par :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\varepsilon} = -\frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{d\varepsilon} - \frac{1}{n} \frac{dn}{d\varepsilon} = 1 + 2\gamma(1 - 2\nu) \dots (I.2)$$

et le coefficient de jauge est :

$$K = 2 + 2\gamma + 2\nu (1 - 2\gamma)$$

Le tableau ci-dessous permet de comparer les résultats expérimentaux obtenus par BRIDGMAN et KUCZYNSKI et ceux obtenus à partir de l'équation (I - 2) pour les métaux Cu, constantan et Ni.

métal	ν	γ	$\left(\frac{d\rho}{\rho d\varepsilon}\right)^1$	$\left(\frac{d\rho}{\rho d\varepsilon}\right)^2$	$\left(\frac{d\rho}{\rho d\varepsilon}\right)^3$
Cu	0,35	1,96	1,6	0,9 à 1,6	2,18
constantan	0,3	1,9	0,45	0,3	2,52
Ni	0,3	1,88	-3,4	-3 à -13,6	2,5

1 - d'après BRIDGMAN

2 - d'après KUCZYNSKI

3 - à partir d'équation(I-2)

Le facteur de jauge k est bien déterminé expérimentalement et trouvé légèrement supérieur à 2.

On a :

$$k = 1 + 2\nu + \frac{d\rho}{\rho d\varepsilon}$$

Pour le constantan :

$$k = 1,6 + \frac{d\rho}{\rho d\varepsilon}$$

Dans le tableau on voit que les résultats expérimentaux sont en bonne concordance entre eux. A partir de l'équation I-2 le facteur de jauge k serait égal à 4,12 qui est loin de la valeur vraie (le coefficient des jauges commerciales se situe aux environs de 2).

Un calcul similaire au précédent peut donner le coefficient de piézorésistivité.

Nous avons : $\frac{\Delta V}{V} = \Delta P \cdot \chi$

réécrivons quelques résultats obtenus précédemment :

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{2d\theta}{\theta} = -2\gamma \frac{dV}{V} = -2\gamma \cdot \Delta P \cdot \chi$$

$$\frac{dV}{V} = (1 - 2\nu) d\varepsilon \text{ ou } d\varepsilon = \frac{dV}{V} \frac{1}{1 - 2\nu}$$

$$\frac{dn}{nd\varepsilon} \approx -1$$

$$\frac{dn}{n} \approx \frac{-1}{1 - 2\nu} \frac{dV}{V} = \frac{-1}{1 - 2\nu} \Delta P \cdot \chi$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{\rho \Delta P} &= -\frac{d\lambda}{\lambda \Delta P} - \frac{dn}{ndP} \\ &= 2\gamma \cdot \chi + \frac{\chi}{(1 - 2\nu)} = \chi \left(2\gamma + \frac{1}{1 - 2\nu} \right) \dots\dots 5 \end{aligned}$$

cù $\frac{d\rho/\rho}{dV/V} = 2\gamma + \frac{1}{1 - 2\nu}$

Pour le constantan, cette valeur serait de 6,3 , mais les mesures de BRIDGMAN (cf ci-après) ont donné une valeur de 1,13.

Il y a donc un désaccord notable, les hypothèses simplificatrices (électrons assimilés à un gaz d'électrons libres) ne sont donc pas suffisamment réalistes.

Par ailleurs, d'après MITICHENKO⁽¹⁷⁾

$$\frac{d\rho}{\rho} = f\left(\frac{dV}{V}\right) = k_1 \left(\frac{dV}{V}\right)' + k_2 \left(\frac{dV}{V}\right)^2 + \dots\dots\dots (I.3)$$

Ce résultat est obtenu en admettant que, lors d'une déformation d'un cristal, le nombre des électrons libres, par unité de volume, décroît quand le volume augmente. La résistivité est une fonction du nombre des électrons libres par unité de volume, et par suite du changement de volume dV. Malheureusement, les constantes k₁ et k₂ ne peuvent être explicitées et reliées à d'autres paramètres fondamentaux.

Enfin, les mesures de BRIDGMAN⁽¹⁶⁾ ont montré qu'il y a bien proportionnalité entre la variation de volume et la variation de la résistivité.

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = C \frac{\Delta V}{V}$$

soit, $\frac{\Delta V}{V}$ étant égal à $(1 - 2\nu) d\varepsilon$

donc :
$$\frac{d\rho}{\rho} = C(1 - 2\nu) d\varepsilon \quad \dots\dots\dots \text{I.4}$$

C étant un coefficient de proportionnalité.

D'après BRIDGMAN le coefficient est égal à 1,13 pour le constantan.

I - 5 RELATION ENTRE PIEZORESISTANCE ET TENSEUR DE DEFORMATION ELASTIQUE :

Les calculs du paragraphe précédent représentent une tentative d'analyse du mécanisme des effets de piézo et élastorésistance. Ils supposent implicitement le milieu conducteur isotrope, ce qui est vrai, à l'échelle d'un conducteur usuel massif par un effet de moyenne. Les métaux sont normalement polycristallins et, en l'absence de texture, les grains qui les composent sont orientés au hasard. Mais, même dans ce cas, une unidirectionnalité introduit vraisemblablement une anisotropie de la conductivité électrique.

La variation de résistivité électrique avec la déformation élastique peut être exprimée par un bitenseur comme suit : la déformation élastique peut être exprimée par un tenseur symétrique. Dans un métal à structure cubique, la résistivité en l'absence de déformation est isotrope et définie par un seul coefficient . La variation de résistivité avec la déformation élastique n'est pas isotrope et, en conséquence, le changement de résistivité peut être exprimé par le bitenseur :

$$\Delta \rho_{ij} = k_{klij} \varepsilon_{kl} \quad \dots\dots\dots \text{I.5}$$

Si les axes de coordonnées coïncident avec les axes du cristal, le bitenseur est donné par :

	ϵ_{xx}	ϵ_{yy}	ϵ_{zz}	ϵ_{yz}	ϵ_{xz}	ϵ_{xy}
$\Delta\rho_{xx}/\rho$	k_1	k_2	k_2	0	0	0
$\Delta\rho_{yy}/\rho$	k_2	k_1	k_2	0	0	0
$\Delta\rho_{zz}/\rho$	k_2	k_2	k_1	0	0	0
ρ_{yz}/ρ	0	0	0	$2k_3$	0	0
ρ_{xz}/ρ	0	0	0	0	$2k_3$	0
ρ_{xy}/ρ	0	0	0	0	0	$2k_3$

Les coefficients nuls du bitenseur correspondent au fait que le cisaillement n'affecte pas la résistivité longitudinale ou résistivité suivant les axes principaux (ceci n'étant rigoureux, bien entendu, que pour des cristaux de symétrie cubique).

Si les axes de coordonnées ne sont pas en coïncidence avec les axes du cristal, soient respectivement $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, les cosinus directeurs de l'axe Ox, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ceux de l'axe Oy, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ ceux de l'axe Oz, par rapport aux axes de la maille cristalline.

La variation de résistivité longitudinale peut alors se mettre sous la forme :

$$\Delta\rho_{xx}/\rho = k_{11} \epsilon_{xx} + k_{12} \epsilon_{yy} + k_{13} \epsilon_{zz} + 2k_{14} \epsilon_{yz} + 2k_{15} \epsilon_{xz} + 2k_{16} \epsilon_{xy}, \text{ etc...}$$

Les coefficients k_{1i} s'expriment en fonction du tableau précédent, des coefficients k_i et des cosinus directeurs :

$$k_{11} = k_1 + 4\lambda (\alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2)$$

$$k_{12} = k_2 - 2\lambda (\alpha_1^1 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2)$$

$$k_{13} = k_2 - 2\lambda (\alpha_1^2 \gamma_2^2 + \alpha_2^2 \gamma_2^2 + \alpha_3^2 \gamma_3^2)$$

$$k_{14} = -2\lambda (\alpha_1^2 \beta_1 \gamma_1 + \alpha_2^2 \beta_2 \gamma_2 + \alpha_3^2 \beta_3 \gamma_3)$$

$$k_{15} = -2\lambda (\alpha_1^3 \gamma_1 + \alpha_2^3 \gamma_2 + \alpha_3^3 \gamma_3)$$

$$k_{16} = -2\lambda (\alpha_3^3 \beta_1 + \alpha_2^3 \beta_2 + \alpha_3^3 \beta_3)$$

avec , :

$$\lambda = k_3 - \frac{1}{2} (k_1 + k_2)$$

La variation de résistance ΔR d'un échantillon cylindrique est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta R_{xx}/R_{xx} = & (k_{11} + 1) \epsilon_{xx} + (k_{12} - 1) \epsilon_{yy} + (k_{13} - 1) \\ & \epsilon_{zz} + 2k_{14} \epsilon_{yz} + 2k_{15} \epsilon_{xz} + 2k_{16} \epsilon_{xy} \\ & \dots\dots\dots(I.7) \end{aligned}$$

On établit des expressions similaires pour les autres composantes du tenseur de résistivité.

Pour déterminer les coefficients k_i , deux méthodes sont pratiquement possibles : ce sont, les mesures sur des fils et les mesures sur des feuilles .

Expressions des coefficients k_i :

-a) La contrainte appliquée est une pression hydrostatique dans ce cas, $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon$

$$d(\ln R)/d\epsilon = k_{11} + k_{12} + k_{13} - 1$$

$$d(\ln R)/dP = - (k_{11} + k_{12} + k_{13} - 1) \chi / 3$$

χ représente le coefficient de compressibilité et P la pression.

D'après DRUYVESTEN⁽¹⁸⁾ la valeur du $d(\ln R)/dP$ est indépendante de l'orientation du cristal, donc :

$$k_{11} + k_{12} + k_{13} = k_1 + 2k_2 = K_1 + 2K_2 \dots\dots(I.8)$$

K_1 et K_2 représentent les coefficients pour un matériau polycristallin, isotrope en moyenne et k_1 , k_2 sont les coefficients applicables au monocristal cubique.

Donc, le changement de résistivité dû à une dilatation uniforme en volume est :

$$\frac{d(\ln \rho)}{d(\ln V)} = K_1 + 2K_2 \dots\dots\dots(I.9)$$

Par suite, les mesures de piézorésistance et de compressibilité pour le métal considéré, permettent de calculer $k_1 + 2k_2$.
 DRUYVESTEN⁽¹⁸⁾ a déterminé $k_1 + 2k_2$ pour un groupe de métaux variés.

-b) Traction de fils :

Les fils sont considérés comme élastiquement isotropes et en conséquence :

$$\epsilon_{xx} = \frac{\Delta l}{l}, \quad \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = -\nu \epsilon_{xx}$$

$$\frac{d(\ln R)}{d(\ln l)} = K_1 - 2\nu K_2 + 1 + 2\nu \dots\dots\dots(I.10)$$

Avec ces mesures, on peut déterminer $K_1 - 2\nu K_2$, si ν est connu. On a donc en combinant avec les mesures sous pression, 2 équations pour déterminer k et k_2 .

Pour trouver les valeurs numériques de k_1 et k_2 dans le cas du constantan, on a :

$$\frac{d(\ln R)}{d\epsilon} = \text{facteur de jauge} = k_1 - 2\nu k_2 + 1 + 2\nu \dots\dots\dots(I.11)$$

Et en utilisant l'équation I.6 dans le cas d'une pression hydrostatique ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz}$) on trouve :

$$\frac{\epsilon_{xx} / \rho}{d\epsilon} = k_1 + 2k_2$$

soit $\frac{d(\ln \rho)}{d(\ln V)} = (k_1 + 2k_2) \frac{1}{3}$

Si nous mettons $\frac{d(\ln R)}{d\epsilon} = A$

$$\frac{d(\ln \rho)}{d(\ln V)} = B$$

Nous avons : $k_1 = 3B - \left(\frac{3B - A}{1 + 2} + 1 \right)$

$$k_2 = \left(\frac{3B - A}{1 + 2} + 1 \right) \frac{1}{2}$$

Prenant : $A = 2,05$

$B = 1,13$ (valeur trouvée par BRIDGMAN)

k_1 et k_2 prennent les valeurs :

$$k_1 = 1,13$$

$$k_2 = 1,13$$

-c) Déformation de feuilles de monocristals :

Quand l'orientation des directions X , Y , Z (respectivement directions longitudinale , transversale et épaisseur) de la feuille par rapport aux axes cristallographiques a pour cosinus directeurs $(\alpha_1 \dots \dots \dots \gamma_3)$, les composantes du bitenseur d'élastorésistance par rapport aux axes X , Y et Z sont déterminés par transformation de tenseurs. Ce calcul a été amorcé dans le paragraphe précédent. En transformant également le bitenseur des constantes élastiques, et en utilisant la condition

$$\sigma_{zz} = \sigma_{yz} = \sigma_{xz} = 0 \text{ (absence de contraintes suivant l'épaisseur de la feuille).}$$

On peut obtenir les expressions de ϵ_{zz} , ϵ_{yz} et ϵ_{xz} en fonction de ϵ_{xx} , ϵ_{yy} et ϵ_{xy} , et en déduire finalement les variations de résistance suivant Ox et Oy , en fonction des déformations correspondantes.

- d) Déformation de feuilles polycristallines isotropes .

- e) Déformation de feuilles polycristallines avec texture d'orientation privilégiée.

On peut considérer approximativement qu'une partie q des grains se trouve exactement dans la direction de texture considérée , et que le reste $(1 - q)$ est isotrope en moyenne. On suppose que, pour la partie orientée, les éléments de tenseur $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ et ϵ sont les mêmes que pour le monocristal avec la même direction de texture. Donc, les coefficients k et ν de la feuille

pourraient être déterminés par un calcul de moyenne pondérée entre la fraction orientée et la fraction isotrope.

I - 6 TEXTURE DES JAUGES DE CONTRAINTE DE TYPE IMPRIME ET DES FILS NUS

Le paragraphe précédent a montré les répercussions de l'anisotropie de la texture des jauges sur le tenseur d'élastorésistance. Nous avons par la suite entrepris l'étude de la texture des jauges commerciales imprimées en feuilles ainsi que des fils de constantan étirés du commerce.

Nous avons en même temps mesuré le paramètre réticulaire et la grosseur des grains.

Les moyens d'étude sont les rayons X, la métallographie, et l'analyse spectroscopique.

A - Les fils nus :

Forme et dimensions de la maille cristalline :

Nous avons utilisé la diffraction des rayons X pour vérifier la structure et mesurer le pas du réseau cristallin. Nous avons employé la méthode photographique de DEBYE SCHERRER mais en utilisant une chambre à 2 films plans (direct et retour) au lieu du film cylindrique classique (Fig I.7).

Le rayonnement monochromatique utilisé est le doublet k_{α} du cuivre ($\lambda = 1,542 \text{ \AA}$) émis par l'anticathode d'un tube microfoyer HILGER.

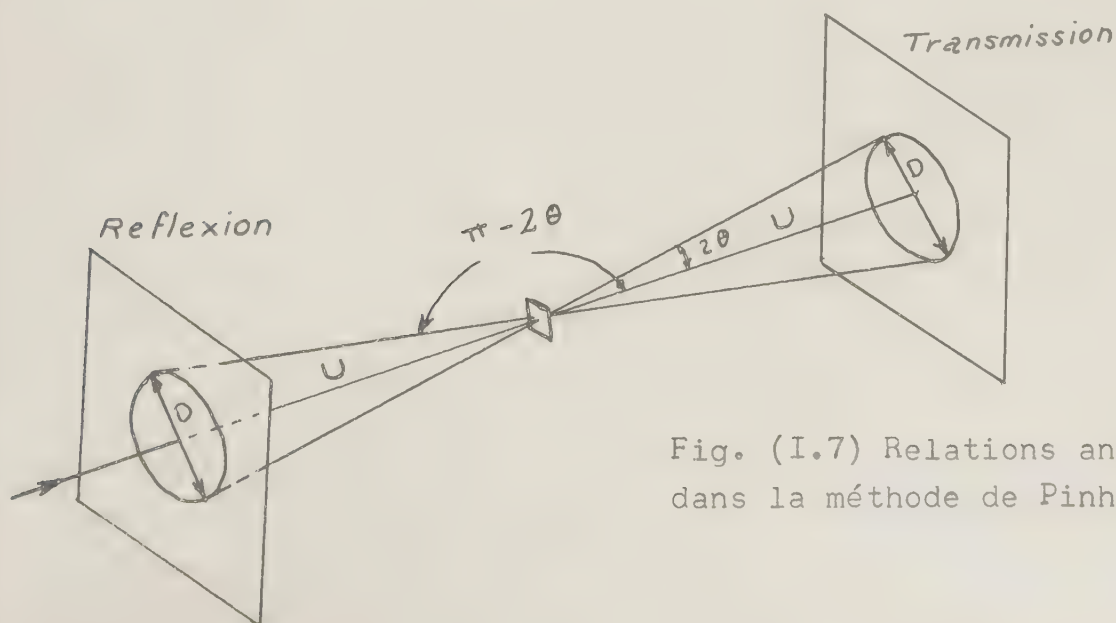


Fig. (I.7) Relations angulaires dans la méthode de Pinhole.

Avec cette méthode, on obtient des anneaux de Debye plus ou moins complets. Nous avons indexé les anneaux en admettant que la maille est cubique à faces centrées, comme les deux constituants du constantan (cuivre et nickel) le sont. Il est bien connu que ce sont les diamètres (D) des anneaux qui donnent le paramètre "a" avec tous les anneaux, la maille est bien à faces centrées et l'indexage est correct. Des photographies (transmission et réflexion) pour les différents fils ($\Phi = 0,25$, $0,1$ et $0,05$ mm) ont été obtenues.

Nous avons :

$$\text{tg } 2\theta = \frac{D}{2U} \quad (\text{transmission})$$

$$\text{et } \text{tg}(\pi - 2\theta) = \frac{D}{2U} \quad (\text{réflexion})$$

où θ est l'angle de Bragg, D le diamètre du cercle considéré et U la distance film-spécimen.

En utilisant :

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$$

on calcule "a". Comme le métal est c.f.c, les seules combinaisons d'indice de Miller à retenir sont celles de parité homogène :

h k l	111	200	220	311	222	400	311	420	422
$h^2 + k^2 + l^2$	3	4	8	11	12	16	19	20	24

Par tâtonnements, et en partant de la mesure des premiers anneaux (111, 200, 220) en transmission nous avons établi que ce sont les plans (400), (311), et (420) qui correspondent aux derniers anneaux en réflexions (θ voisin de $\frac{\pi}{2}$).

La valeur de "a" la plus précise est celle obtenue avec de grandes valeurs de θ (la valeur de $\sin \theta$ change très lentement avec θ au voisinage de 90°).

Les erreurs expérimentales sont principalement :

- l'erreur sur la distance (film - spécimen)
- l'absorption par le spécimen qui compte tenu de la forme de l'échantillon, décale le centre de gravité de la raie réfléchie.

- le retrécissement du film aux développements et séchage.

Pour éliminer au mieux les erreurs expérimentales, les valeurs de "a" calculées à partir de chaque anneau sont portées en fonction de la quantité $\cos^2 \theta (2 \cos^2 \theta - 1)$ (cette quantité, dont l'emploi est classique dans l'exploitations des clichés DEBYE SCHERRER, est choisie de manière à exploiter au mieux la mesure du diamètre des anneaux en retour).

L'intersection de la courbe avec l'axe des "a" donne la valeur la plus précise. Nos mesures ont porté sur trois fils du commerce, de diamètres différents

$$\Phi = 0,05 \text{ mm}$$

h k l	400	311	420
θ	59° 45'	70° 10'	74° 42'
$\cos^2 \theta (2 \cos^2 \theta - 1)$	- 0,1245	- 0,0886	-0,0595
a	3,58	3,572	3,565

$$\Phi = 0,1 \text{ mm}$$

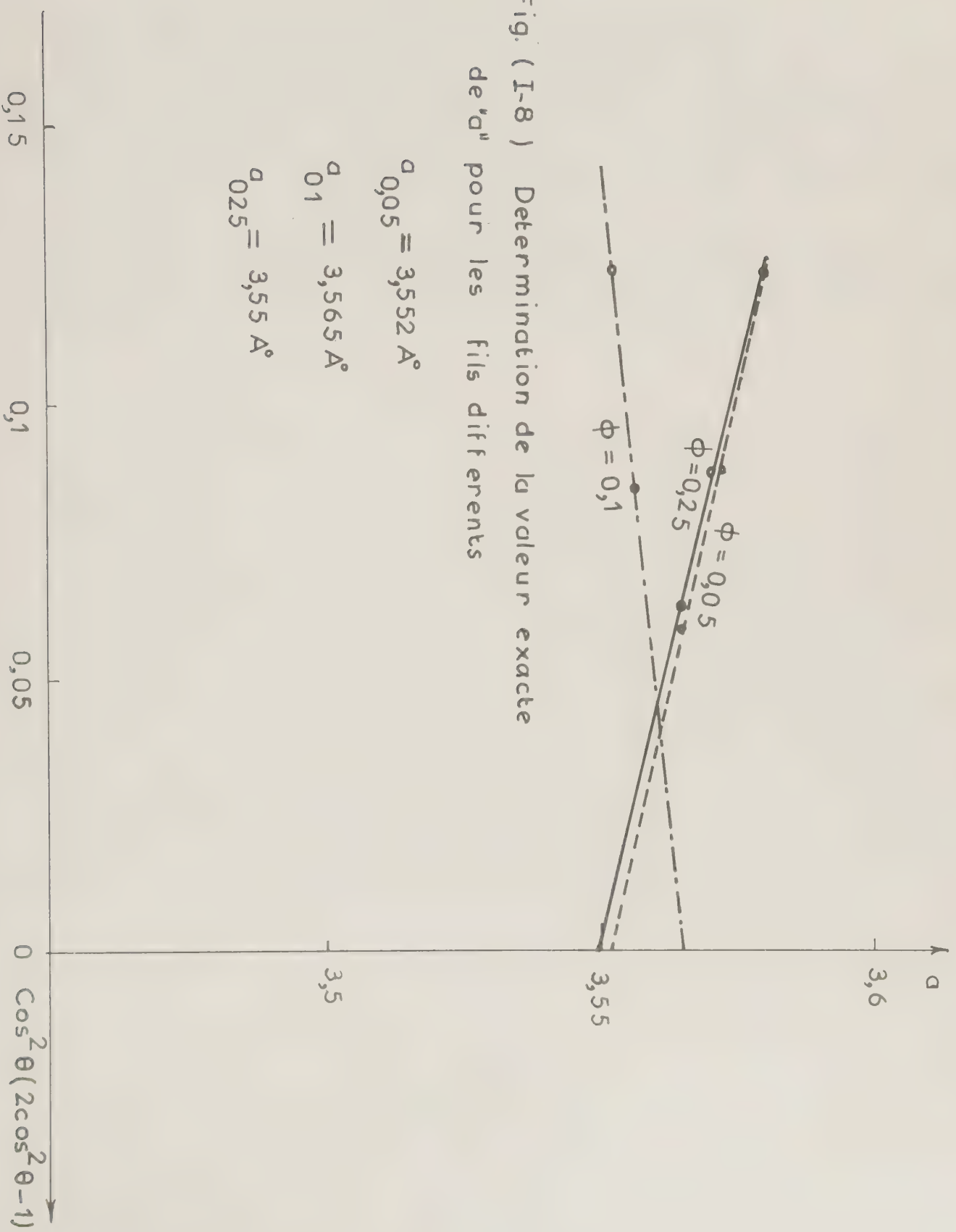
h k l	400	311	420
θ	60° 23'	70° 40'	75° 15'
$\cos^2 \theta (2 \cos^2 \theta - 1)$	- 0,1245	- 0,0852	- 0,0563
a	3,552	3,556	3,559

$$\Phi = 0,25$$

h k l	400	311	420
θ	59° 45'	70° 5'	74° 45'
$\cos^2 \theta (2 \cos^2 \theta - 1)$	- 0,125	- 0,088	- 0,0635
a	3,58	3,57	3,565

En traçant les lignes droites (Fig I.8) , on obtient :

$$a_{0,05} = 3,552 \text{ \AA}$$



$$a_{0,1} = 3,565 \text{ \AA}$$

$$a_{0,25} = 3,550 \text{ \AA}$$

Compte-tenu de la précision médiocre de la mesure de la distance film-spécimen, les différences relevées entre les paramètres des trois fils ne paraissent pas significatives. La différence maximale est : $a_{0,1} - a_{0,25} = 0,015 \text{ \AA}$. Cette différence, en la supposant réelle, pourrait provenir d'un écart dans la composition des fils.

Le cuivre et le nickel ont des paramètres de 3,615 et 3,524 $\text{\AA}$ respectivement tandis que ceux du constantan se situent entre ces deux valeurs.

- Grosseur des grains :

Les photographes de rayons X donnent une idée de la grosseur des grains. Si les cercles de Debye sont pointillés, cela signifie que les grains sont plus gros que dans le cas de cercles continus. Les photos des Fig (I.9) sont pour des fils de 0,25 mm et 0,1 mm de diamètres respectivement. D'où l'on tire que les grains des fils 0,25 mm sont plus gros que ceux du fil de 0,1 mm car les fils les plus fins sont vraisemblablement écrouis. Une mesure plus exacte de la grosseur des grains est possible par observation optique ou électronique. Les échantillons des fils examinés sont d'abord polis électrolytiquement utilisant une solution d'acide orthophosphorique et d'eau à 2 : 1 en volume. Les électrodes sont horizontales et distantes de 2 cm, la tension est égale à 2,5 volts, la durée du polissage est de 1/4 de minute. La Fig (I.10) montre la cellule de polissage.

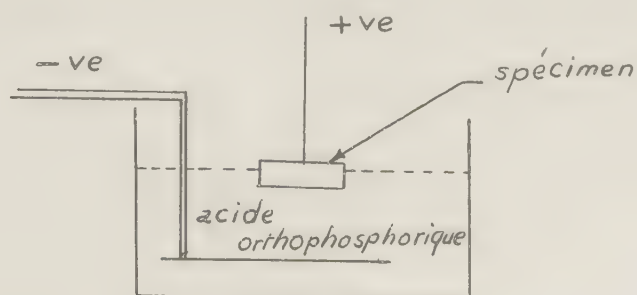
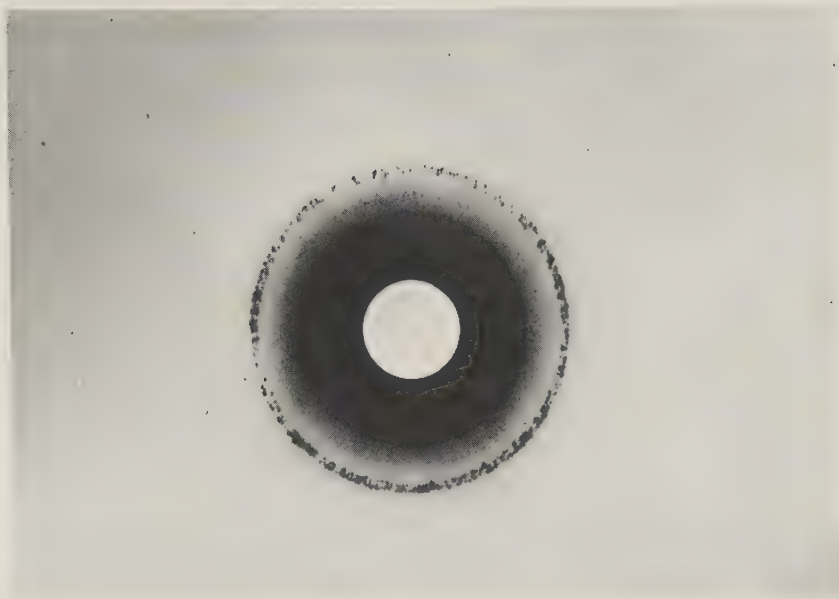
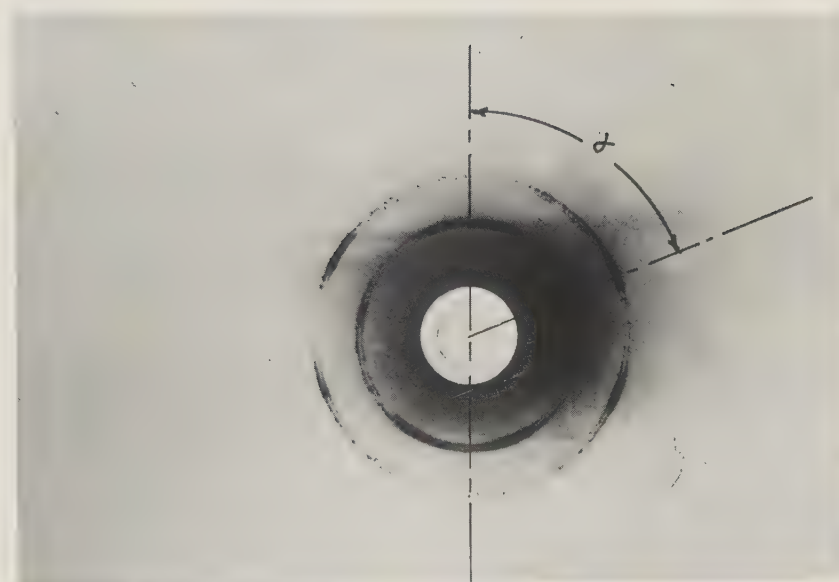


Fig. I.10

La cellule de polissage.



a



b

Fig. (I.9) Grosseur des grains pour les fils $0,25 \text{ mm} \cdot \phi$
 (a) et $0,1 \text{ mm} \cdot \phi$ (b)

Les échantillons sont ensuite attaqués électrolytiquement en utilisant une solution d'acide orthophosphorique et d'eau 1 : 3 en volume.

Les photos de la Fig (I.11) se rapportent respectivement à des fils de 0,25 et 0,1 mm. Les deux premières ont été obtenues au microscope électronique à balayage, les deux suivantes au microscope optique, à des grossissements un peu plus faibles. Il s'agit dans les deux cas de la surface latérale des fils, après polissage et attaque et non de coupes métallographiques. On remarque que le grain des fil de 0,25 mm est net et régulier, ce fil a donc, probablement subi un recuit après étirage. Les joints de grain du fil de 0,1 mm sont beaucoup moins nets, le grain est aussi plus fin, et son apparence beaucoup moins isotrope. Le fil est probablement à l'état écroui, brut de tréfilage, (une étude rayons X et métallographique avant et après recuit aurait permis de faire la comparaison) ce qui peut expliquer aussi la valeur légèrement anormale de son paramètre réticulaire.

L'analyse spectroscopique quantitative de ces fils a donné :

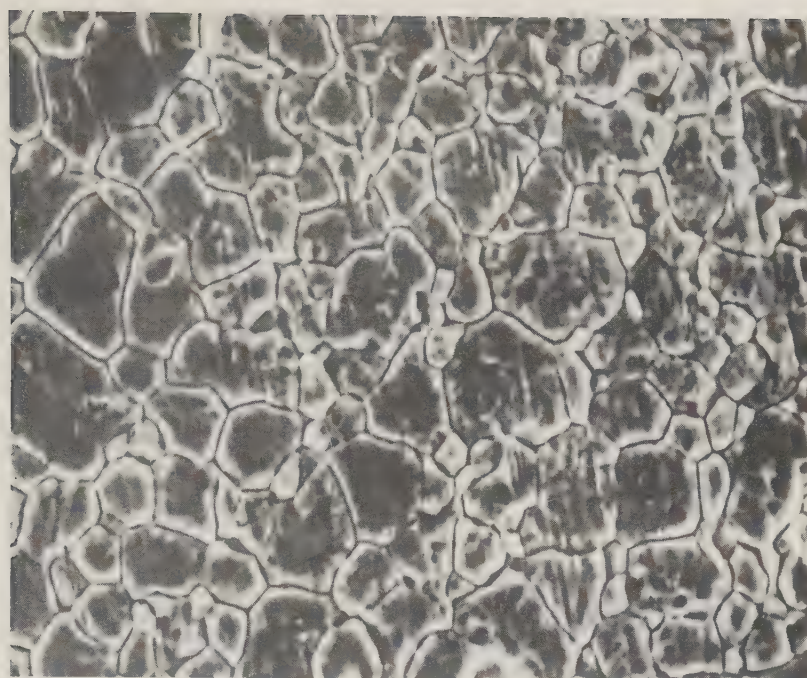
Fil	Cu	Ni
0,05	55,93 %	44,05 %
0,1	55,48 %	44,51 %
0,25	58,44 %	41,55 %

A la précision limitée de ces mesures, seule la différence entre la troisième et les deux premières apparaît significative.

Cette différence de composition peut également expliquer la différence déjà relevée sur la mesure du paramètre réticulaire.

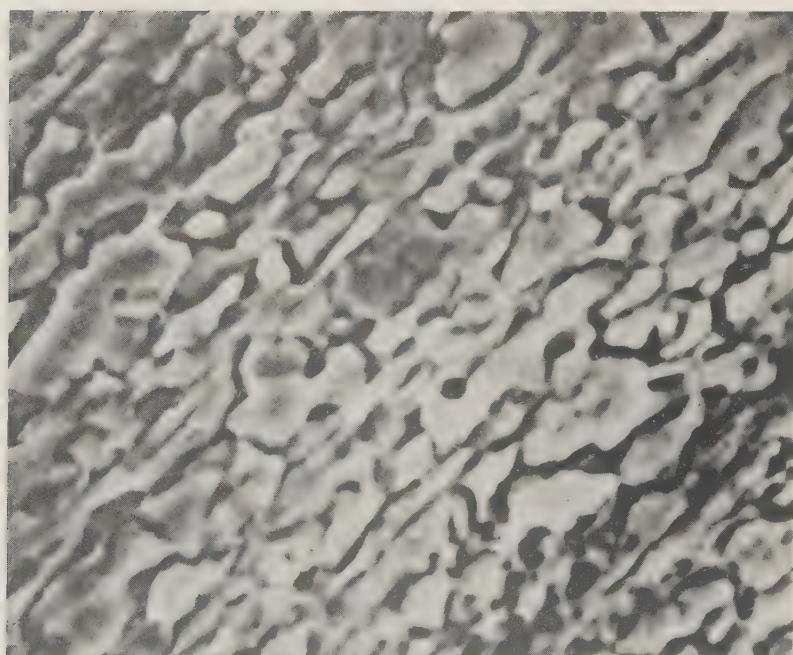
- Texture cristallographique :

Nous avons aussi recherché s'il existe une texture d'orientation privilégiée. Une telle texture se manifeste, sur les clichés Debye Scherrer, par des anneaux plus ou moins incomplets, ce qui est bien le cas. Une étude complète de la texture des fils et, surtout des feuilles, aurait nécessité un travail très long



(a)

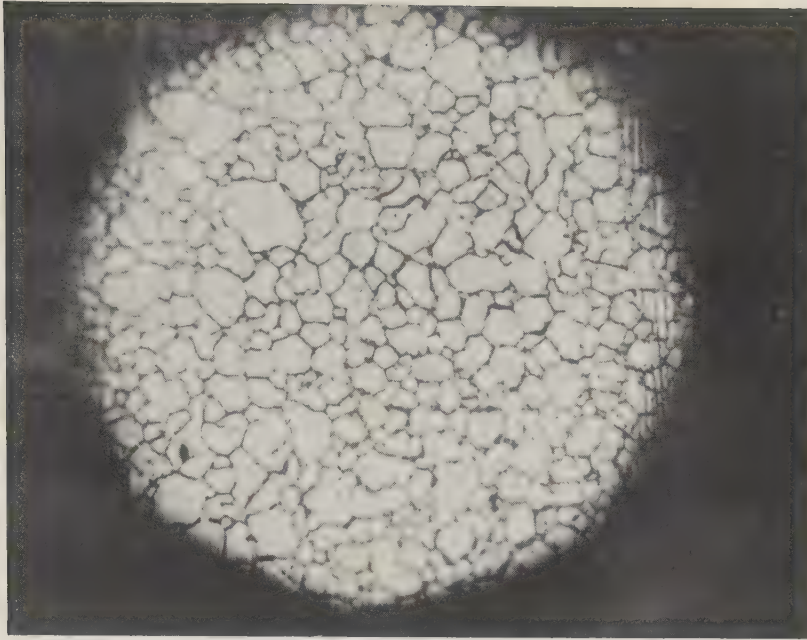
$\times 1500$ $\overline{10 \mu}$



(b)

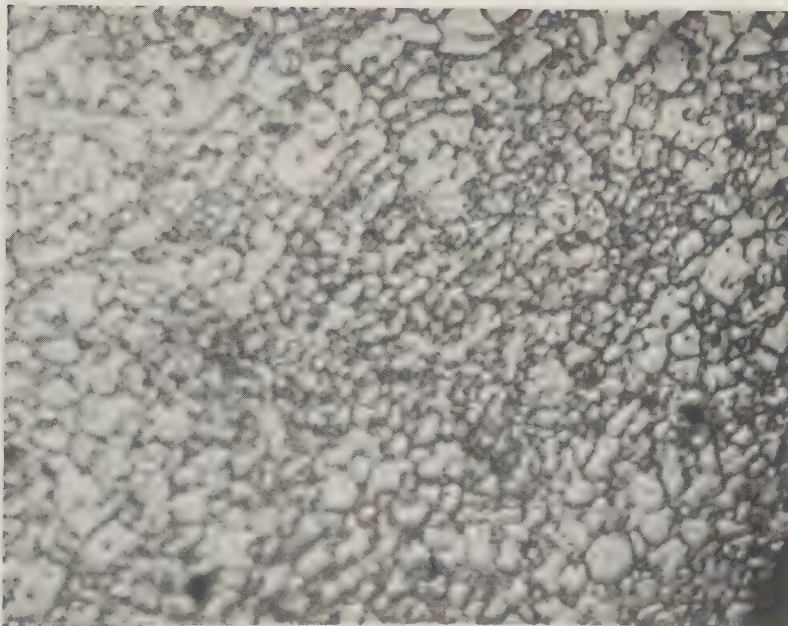
$\times 3000$ $\overline{5 \mu}$

Fig. (I-11) Grosseur des grains pour les fils 0,25 mm. ϕ (a)
et 0,1 ϕ (b) „microscope électronique à balayage „



(a)

$\times 600$ $\overline{25\mu}$



(b)

$\times 1500$ $\overline{10\mu}$

Fig. (I-11) Par le microscope optique

(établissement de la distribution des poles : méthodes des figures des poles) qui nous a paru hors de proportion avec l'importance du but recherché; nous nous sommes contentés d'une étude qualitative, consistant à détecter les orientations de grains les plus favorisées c'est-à-dire quelles sont la ou les directions cristallographiques $u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2$ etc.. qui sont le plus fréquemment à peu près parallèles à l'axe du fil.

On a : $\cos \rho = \cos \alpha \cdot \cos \theta \dots\dots\dots (I.11)$

où θ = l'angle de BRAGG

α = l'angle entre les taches de diffraction (arcs d'anneaux) et la ligne verticale passant par le centre du film (Fig.I.9)

ρ = l'angle entre la direction considérée et l'axe du fil.

On a examiné la répartition sur quelques anneaux pour obtenir l'orientation. Les tables suivantes donnent les résultats obtenus.

Pour un fil $\phi = 0,1$ en réflexion

anneau	h k l	α	θ	ρ	direction de l'axe du fil
intérieure	420	0	75	75	111
extérieure	400	90	75	90	100
extérieure	400	90	60,2	90	100

$\Phi = 0,1$ transmission

anneau	h k l	α	θ	ρ	direction
intérieure	111	50	21	53,6	100
extérieure	200	49	24,5	53,2	111
extérieure	200	90	24,5	90	100

$\Phi = 0,25$ transmission

anneau	h k l	α	θ	ρ	direction
intérieure	111	52	21,4	55	111
extérieure	200	49,5	25	54,3	111
extérieure	200	90	25	90	100

Les angles α sont mesurés sur les clichés Fig (I.12), les angles ρ sont calculés à partir de l'équation (I.11) et les directions sont obtenues à l'aide du tableau des angles interpolaires.

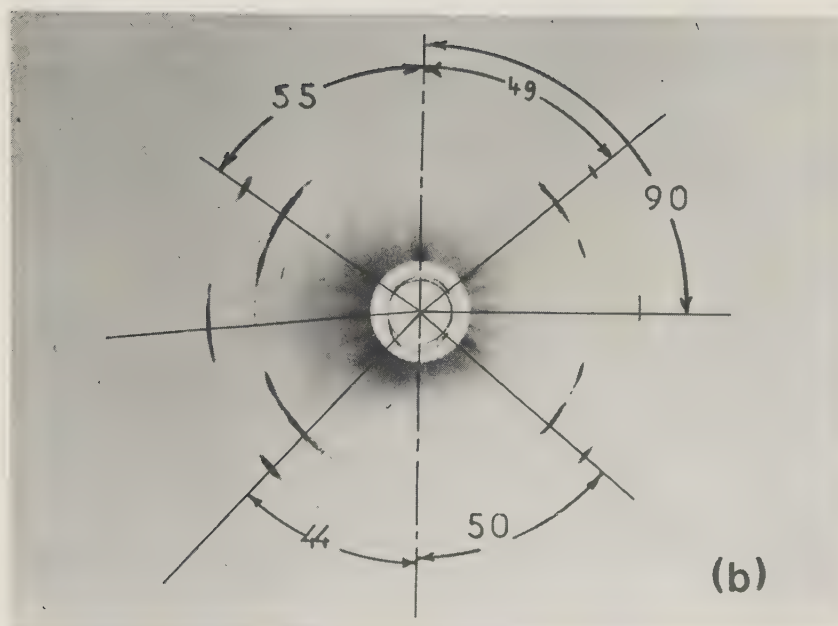
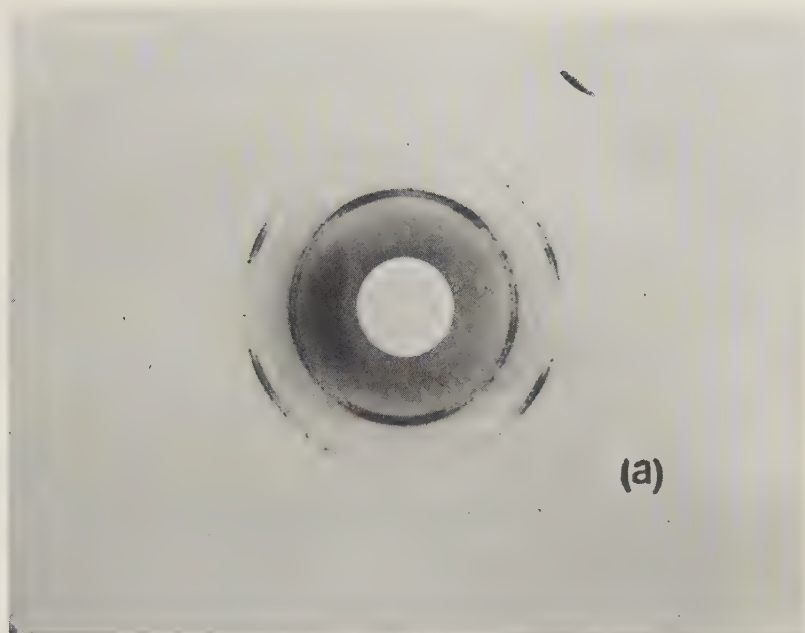
Par exemple, l'angle entre (100) et (111) est égal à $54,7^\circ$. Il est calculé 4 fois avec les valeurs 53,6 , 53,2 , 55, 54,3. Les différences sont dûes aux erreurs de mesures.

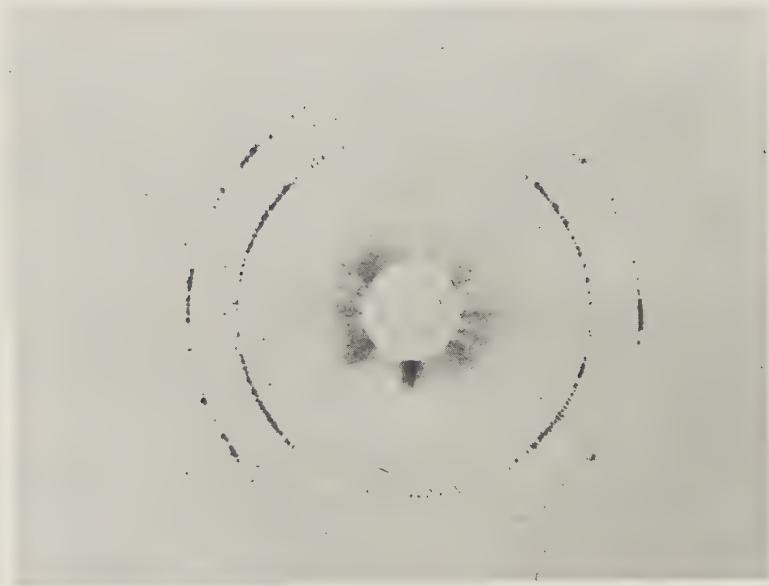
On en déduit qu'il y a deux orientations privilégiées dans les fils de constantan, ce sont (100) et (111) parallèles à l'axe du fil.

B - Jauges de type imprimé :

- Forme et grosseur de la maille :

On a suivi la même procédure que pour les fils.





C

Fig. (I-12) Détermination de la texture des fils

On obtient le tableau suivant :

h k l	531	420
θ	$70^{\circ}10'$	$74^{\circ}42'$
$\cos^2\theta(2 \cos^2\theta - 1)$	- 0,0886	- 0,0595
a	3,572	3,565

On déduit de la ligne droite Fig (I.13) que :

$$a = 3,552 \text{ \AA}$$

Cette valeur ne diffère pas sensiblement de celle obtenue sur les fils.

- Taille des grains :

Les grains sont trop petits cliché Fig (I.14)

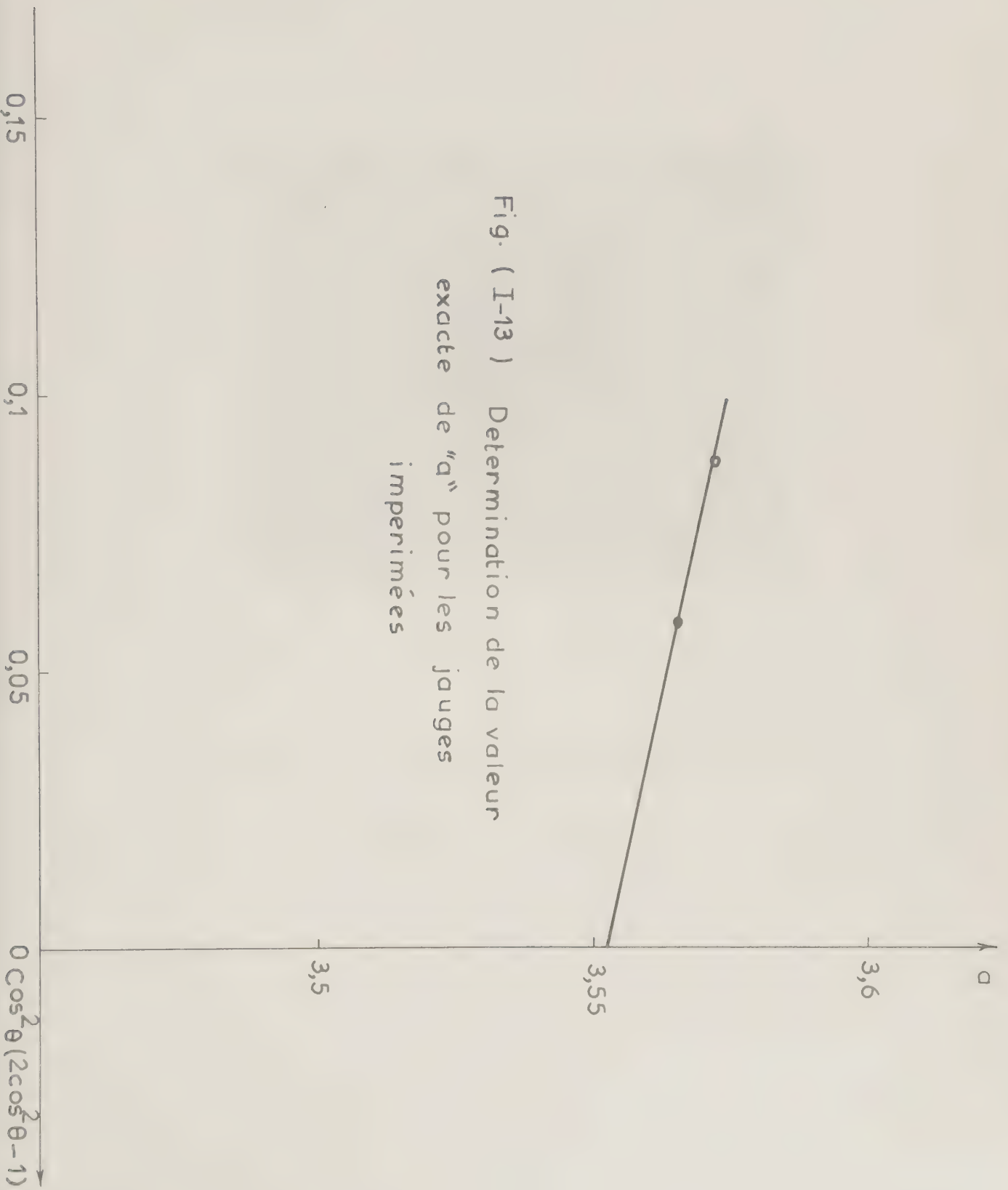
- Texture cristallographique :

Le cliché Fig (I.14) indique qu'il existe des orientations dans la feuille de jauge.

Des clichés de diffraction et transmission des rayons X ont été faits en changeant l'angle entre le plan de la jauge et le rayon incident ($\beta = 0, 15, 30 \dots\dots\dots 75^{\circ}$)

On a essayé de tracer la figure des poles pour obtenir l'orientation mais des difficultés expérimentales ont empêché d'arriver au but.

Fig. (I-13) Détermination de la valeur
exacte de "a" pour les jauges
imprimées



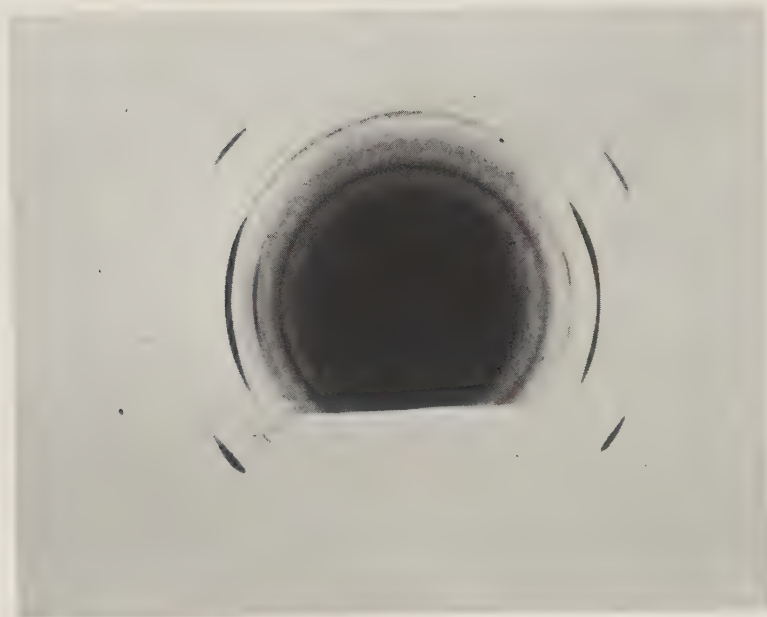


Fig. (I-15) L'existence des orientation dans la
feuille de jauge

1ère partie

FACTEURS EXTERNES

C H A P I T R E - II -

EFFET DE LA TEMPERATURE

II - INTRODUCTION -

L'effet de la température sur le comportement des jauges de contrainte est très important.

A titre d'exemple, le coefficient de variation de résistance avec la température $\frac{d(\ln R)}{d\theta}$ pour le constantan, varie entre $- 5 \times 10^{-5}$ et $+ 4 \times 10^{-5}$ suivant la composition exacte et le mode de tréfilage du fil. Pour des variations de température de 10°C , l'allongement fictif équivalent peut atteindre :

$$\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_{\text{app}} = 2 \frac{\Delta R}{R} = 2 \times 10 \times 5 \times 10^{-5} \\ = 1000 \text{ micro-allongement.}$$

Cette cause d'erreur est très importante, car, l'allongement élastique pour la plupart des métaux ne dépasse pas cette valeur.

La température intervient d'abord par la variation de la résistivité du métal de la jauge. Par ailleurs, la résistance de la jauge varie aussi du fait de la dilatation différentielle de la jauge et du matériau sur lequel celle-ci est collée.

Pour étudier l'effet de la température, un transducteur d'étude a été réalisé. La section 2 de ce chapitre est consacrée

à la mise au point de l'appareillage de mesure (alimentation, enceinte thermostatée, détection du déséquilibre et enregistrement).

Sous température pratiquement constante ($\frac{1}{100}^{\circ}\text{C}$) on a noté une dérive qui se traduit par une contrainte apparente et qui vient de la non-idéalité de tous les éléments de l'appareillage. La section 4 est consacrée à l'étude expérimentale de ce genre de dérive. Les résultats de dérive en fonction de la température sont donnés dans la section 5. La jauge est le siège des phénomènes thermiques pas toujours négligeable (effet Joule, effet thermo-élastique, frottement interne). Pour évaluer l'écart de la température entre la jauge et celle de la pièce support et pour évaluer la constante de temps thermique de la jauge, les équations du transfert de chaleur, en régime permanent et transitoire, a été résolue dans la section 6. La section 7 est consacrée à l'étude théorique sur le facteur de variation de la résistance de la jauge avec la température et la section 8 essaie de dégager les conclusions.

II - 2 LE TRANSDUCTEUR ET SON CONTROLE DE TEMPERATURE :

A - LE TRANSDUCTEUR -

En réalisant le transducteur on a considéré les points suivants :

- 1 - Le transducteur doit être contrôlé en température.
- 2 - Il faut pouvoir appliquer aux jauges des déformations petites (de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-6}) de manière reproductible.
- 3 - Il faut pouvoir également appliquer aux jauges des déformations plus grandes (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-6}) en utilisant un autre mécanisme, de manière également reproductible.
- 4 - Les jauges une fois collées ne peuvent plus être démontées sans détérioration. Pour pouvoir comparer facilement l'effet de différentes techniques de collage et aussi pour se faire une idée de la dispersion des caractéristiques des jauges, il est essentiel que la pièce qui porte les jauges soit de construction très simple afin de pouvoir être construite en plusieurs exemplaires interchangeables et peu coûteux.

5 - IL est souhaitable de pouvoir étudier deux ponts de jauges en même temps pour faciliter les comparaisons : les variations résiduelles de température affectent alors les 2 ponts de manière en principe identique.

La Fig (II.1) représente le mode de construction finalement adapté pour ce transducteur double. Un seul des deux éléments est figuré en entier.

Le contrôle de la température est réalisé par une circulation d'eau à température constante ($1/100\text{ }^{\circ}\text{C}$), (Une description détaillée est donnée plus loin) dans le transducteur avec un passage très long et une surface de contact très grande pour assurer une bonne conduction de la chaleur.

L'allongement des jauges est obtenu par la flexion d'une poutre encastrée causée, soit directement par le levier en y accrochant des masses marquées (gamme des allongements relativement grands : $(10^{-4} - 10^{-3})$), soit indirectement, en appuyant sur la lame ressort, en déplaçant la partie mobile de la tête micrométrique, ce qui exerce au bout du spécimen un petit effet de flexion, pour des allongements très petits ($10^{-8} - 10^{-6}$).

Les points d'appui du levier sont constitués par des couteaux assurant une bonne définition de l'axe d'appui, et des frottements très réduits, avec néanmoins une capacité de charge suffisante. Les couteaux avec leurs pièces d'appui sont en acier dur (usiné, trempé et revenu). Les arêtes des couteaux sont légèrement arrondies ($R \approx 1\text{ mm}$) pour éviter l'écrasement sous charge. Le rapport du levier est de 7, cette valeur permettant d'obtenir les déformations souhaitées à partir de masses marquées courantes (2 kg, 1 kg, et 1/2 kg). Le transducteur est mis dans une enceinte en plexiglass servant de calorifuge. La boîte est percée de 8 trous pour laisser passer les têtes micrométriques, les leviers, l'entrée et la sortie d'eau, ainsi que les câbles de connexion des jauges, qui sont maintenus en bon contact thermique avec les autres pièces.

La force F exercée par la tête micrométrique sur l'extrémité libre de la lame ressort revient à appliquer au point B de la lame principale (Fig II - 2a) une force F égale, et un couple égal à $F l_1$.

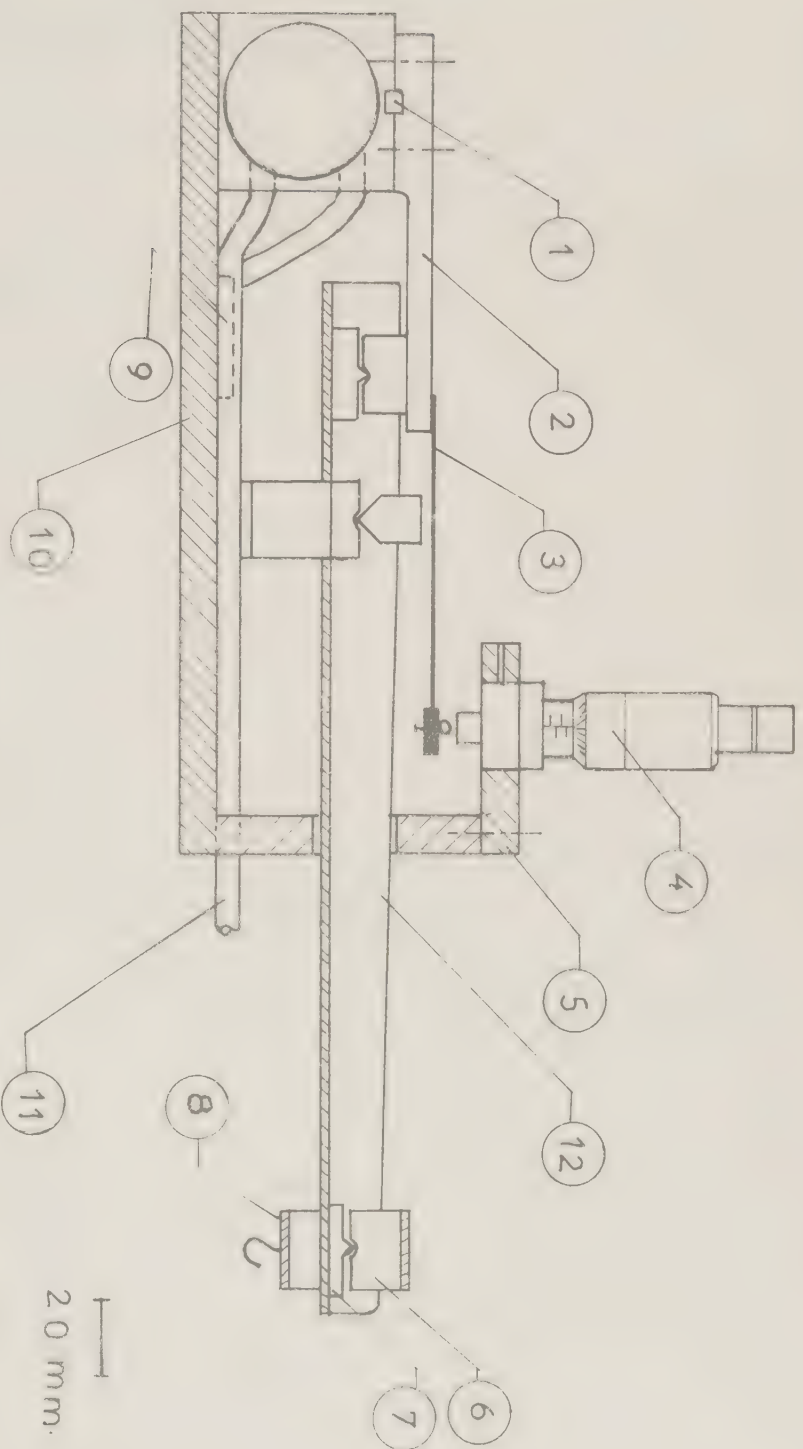


Fig. (II-1) Le Transducteur

- | | |
|----------------------|---------------------|
| 1-Clavette | 7-Couteau |
| 2-Echantillon | 8-Crochet |
| 3-Lame ressort | 9-Port jauge témoin |
| 4-Tête micrométrique | 10-Plaque de base |
| 5-Porte micromètre | 11-Entrée d'eau |
| 6-Appui couteau | 12-Levier |

La force va introduire un allongement longitudinal superficiel au niveau des jauges (au milieu du spécimen) égal à $\frac{tF}{2EI} \frac{l_e}{2}$. Et le couple va introduire un allongement $\frac{tF}{2EI} l_1$.
Donc, l'allongement relatif total sera :

$$= \frac{tF}{2EI} \left(l_1 + \frac{l_e}{2} \right) \dots\dots\dots \text{II.1}$$

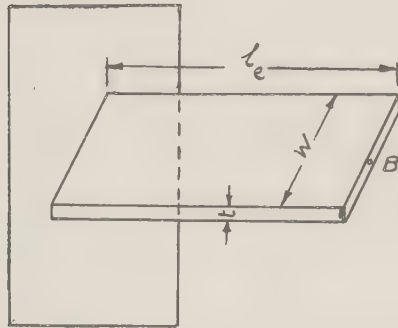


Fig. (II.2a)

avec : $I = \frac{W t^3}{12}$

Le, W et t (Fig.II.2) sont la longueur, la largeur, et l'épaisseur du spécimen, l_1 est la longueur de la lame ressort.

En accrochant une masse M au bout du levier, l'allongement est donné par :

$$= \frac{t}{2EI} \frac{l_e}{2} M.7 \dots\dots\dots \text{II.2}$$

Le spécimen (lame principale) a pour dimensions 60 x 20 x 2 mm et la lame ressort , 80 x 12 x 0,3 mm.

Calculons la force que doit transmettre la lame ressort, pour produire un allongement de 10^{-6} au niveau des jauges.

On a : $10^{-6} = \frac{2 \times 10^{-3} F}{2EI} (80 + 30) \cdot 10^{-3}$

avec : $E = 21 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ pour l'acier.

$$I = \frac{W t^3}{12} = \frac{20 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{-9}}{12} = 13,3 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4$$

Donc : $F = 2,6 \times 10^{-2} \text{ N} \simeq 2,6 \text{ grammes force}$

Pour la lame ressort :

$$I = \frac{12 \cdot 10^{-3} \cdot 27 \cdot 10^{-12}}{12} = 27 \cdot 10^{-15} \text{ m}^4$$

La flèche de son extrémité libre est donc :

$$\begin{aligned} d &= \frac{Fl^3}{2EI} = \frac{2,6 \times 10^{-2} \cdot 8^3 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 21 \cdot 10^{10} \cdot 27 \cdot 10^{-15}} = 1,18 \times 10^{-3} \text{ m} \\ &= 1,18 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Donc, la constante de l'appareil est :

$$\frac{1}{1,18} = 0,85 \text{ micro-allongement pour un mm. de déplacement du micromètre.}$$

En accrochant des masses à l'extrémité libre du levier, on obtient des allongements de l'ordre de 10^{-3} (1 milli-allongement).

En utilisant l'équation II.2 :

$$10^{-3} = \frac{2 \times 10^{-3}}{2 \times 21 \cdot 10^{10} \cdot 13,3 \cdot 10^{-12}} \quad 30 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \text{ M. 7}$$

On tire : $M = 1,34 \text{ kg masse.}$

Donc la constante sera ici :

$$\frac{1}{1,35} = 0,75 \text{ milli-allongement pour un kg masse.}$$

B - LE REGULATEUR :

Nous avons déjà souligné l'importance d'un contrôle très strict de la température.

Nous avons choisi de travailler principalement à une température supérieure à l'ambiante (régulation pour chauffage) et peu supérieure à celle-ci (réduction des gradients de température, utilisation préférentielle de la zone correspondant aux conditions de fonctionnement ordinaires des jauges).

L'eau circule en circuit fermé entre un bac d'assez forte

capacité (10 litres environ) et un tube en cuivre soudé à la base du transducteur en essai, sous l'action d'une moto-pompe. La référence de température est un thermomètre à contact classique, réglable, répondant à des écarts légèrement supérieurs à $1/100^{\circ}\text{C}$. Ce thermomètre contrôle à son tour, par l'intermédiaire d'un relais, la résistance de chauffage, qui fonctionne par tout ou rien. La puissance thermique consommée est très faible à cause du calorifugeage. De ce fait, la circulation très énergique de l'eau (nécessaire pour obtenir une bonne homogénéité de température et une réponse rapide) suffit à maintenir, en régime permanent, sa température à 10°C au-dessus de l'ambiante, chauffage coupé. Il a donc fallu introduire une fuite de chaleur artificielle sous forme d'un serpentin de refroidissement placé dans le bac principal, et refroidi à l'eau de ville.

Indépendamment du thermomètre à contact, utilisé pour la régulation, un deuxième thermomètre à mercure, gradué au $1/50^{\circ}\text{C}$ de degré sert à effectuer la mesure effective de la température de l'enceinte. Comme nous nous soucions seulement des variations de température, l'étalonnage de ce thermomètre n'a pas été vérifié.

En fonctionnement normal, par tout ou rien, le thermomètre à contact coupe le courant de chauffage lorsque sa température atteint la valeur de réglage T_0 , et le rétablit lorsque sa température est redescendue à T_1 , légèrement au dessous de T_0 (à cause des effets de mouillage dans la colonne de ce thermomètre). Mais, la température du thermomètre ne suit celle du bain qu'avec un léger retard, et, de plus, après coupure du courant, la chaleur accumulée dans les éléments chauffants continue à chauffer le bain, qui dépasse donc la température T_0 après la fin du chauffage. De même, la température du thermomètre à contact redescend un peu moins vite que celle du bain en refroidissement, et le chauffage est réenclenché alors que la température du bain est descendue plus bas que T_1 (Fig.II.4). Ces oscillations ou "pompage" de la régulation sont caractéristiques du fonctionnement par tout ou rien. Pour les réduire, il y a intérêt tout d'abord à diminuer l'inertie thermique des éléments chauffants : nous avons utilisé des lampes à incandescence, immergées dans le bain, et dont la capacité calorifique est très faible. Il y a également intérêt à brasser vigoureusement le bain (c'est l'une des fonctions de la pompe) et à placer le thermomètre régulateur dans le réservoir,

à proximité des lampes de chauffage, et non pas au niveau du transducteur. Enfin, il y a intérêt à ce que le temps de fonctionnement de chauffage, en régime permanent, représente une fraction ni trop grande ni trop petite de la période d'oscillation. La puissance des éléments chauffants doit donc être choisie en fonction des déperditions de chaleur de manière à ramener cette fraction entre 20 et 80 %.

On peut obtenir ce résultat et améliorer la régulation en remplaçant la période de fonctionnement "tout ou rien" par un fonctionnement "tout ou peu", une partie des lampes restant branchée en permanence. On pourrait aussi dans le même but, réduire ou augmenter le débit d'eau de refroidissement mais les débits trop faibles sont difficiles à ajuster de manière stable.

En pratique, nous utilisons le plus souvent :

- une lampe 40 W , 220 V en permanence,
- deux lampes de 25 watts, contrôlées par le relais

Avec ces dispositions, les fluctuations mesurées de la température sont très faibles. Voici, à titre d'exemple, le résultat obtenu à 20°C:

a - Par "tout ou rien"

fluctuations = 0,04 °C dans le réservoir d'eau
0,01 °C dans le transducteur

b - Par "tout ou peu"

fluctuations = 0,02 dans le réservoir d'eau

La mesure de la durée moyenne de chauffage, sur plusieurs oscillations du cycle permet de calculer l'ordre de grandeur de l'oscillation de température.

Le temps moyen est couramment de l'ordre de 10 secondes.

La quantité d'eau en jeu est de 10 litres environ

L'énergie apportée par les deux lampes (25 watts chacune,) pendant la période de chauffage sera :

$$\frac{10 \times 50}{4,18} = 120 \text{ cal.}$$

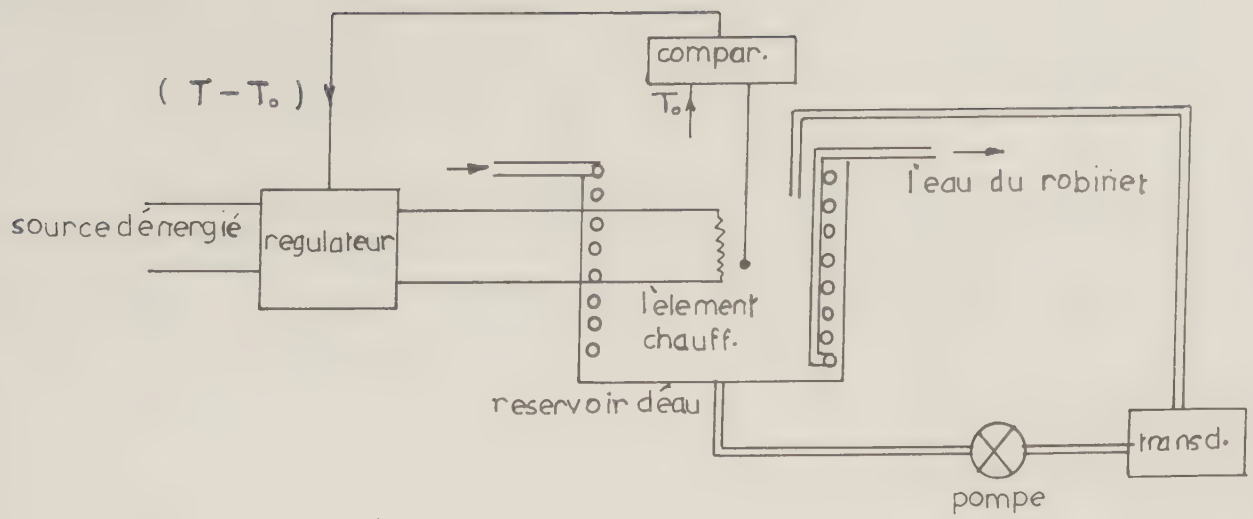


Fig. (II-3) Regulation de la température

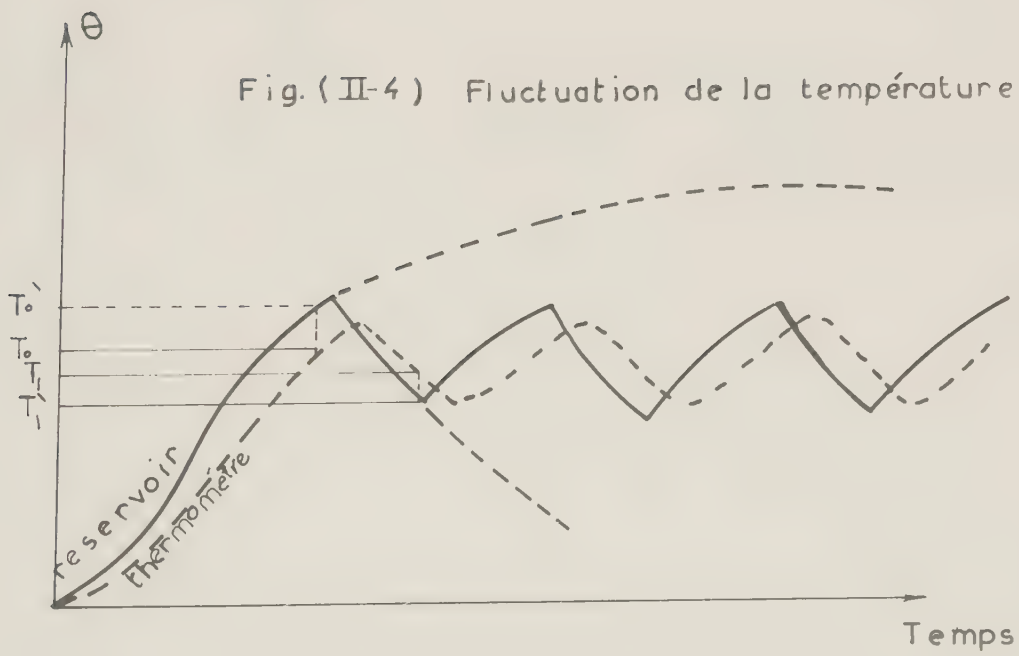


Fig. (II-4) Fluctuation de la température

Donc, l'accroissement de la température de l'eau dû à cette énergie sera :

$$\frac{120}{10 \cdot 1000} = 0,012 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Ce qui est bien conforme aux mesures. Il est à noter que dans le transducteur lui-même, la constance de la température est encore bien meilleure que dans le bain, les oscillations étant "intégrées" par son inertie thermique.

II - 3 L'APPAREILLAGE -

Le schéma bloc de mesure des variations de résistance est donné par la Fig. (II.5).

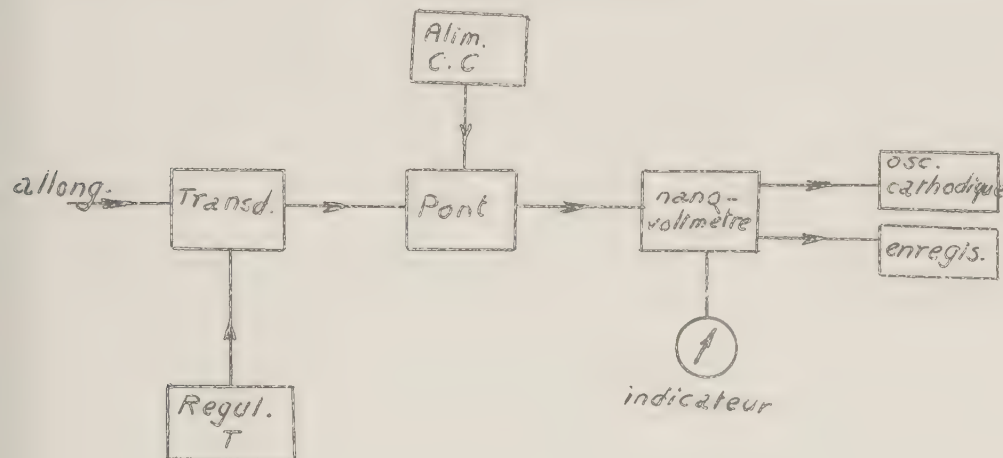
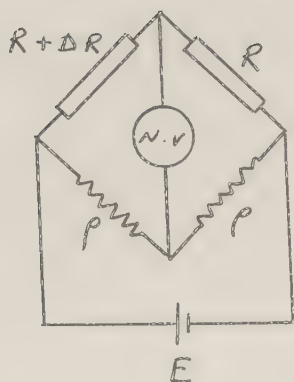


Fig. (II.5) Méthode de mesure.

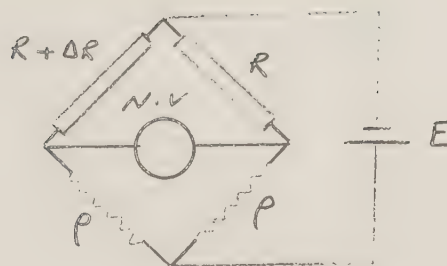
- Le pont :

Les jauges peuvent constituer 1 , 2 , ou 4 bras du pont de Wheatstone. Les montages à une seule jauge présentent une dérive thermique beaucoup trop importante pour présenter le moindre intérêt pratique et nous les laissons de côté.

Avec deux jauges dont l'une travaille en compression et l'autre en traction (ou, à la rigueur, sert de témoin neutre), placées dans 2 bras adjacents du pont on élimine en première approximation l'effet de la température, tout en doublant la sensibilité pour des mesures de flexion. Le pont est complété par deux autres résistances. Il y a deux modes de connection possibles comme indiqué (Fig. II.6).



(1)



(2)

Fig. (II.6) Connections possibles des jauges.

- Pour le mode de connection 1) :

En appliquant la théorie des petits signaux au circuit équivalent Fig. (II.7) , on a :

$$\Delta V = \frac{E \Delta R}{2 R} \frac{R + \rho}{2(R + \rho)} = \frac{E}{4} \frac{\Delta R}{R} \dots\dots\dots (II.3)$$

L'impédance de sortie du pont est donnée par :

$$R_o = \frac{1}{2} (R + \rho) \dots\dots\dots (II.4)$$

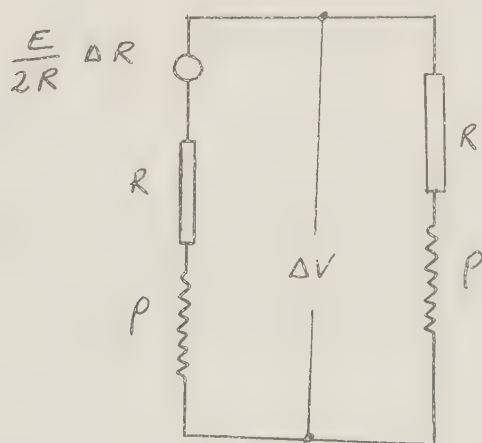


Fig.(II.7) Le circuit équivalent du pont de jauges.

- Pour la connection suivante 2) :

$$\Delta V = E \Delta R \frac{\rho}{(R + \rho)^2} \dots\dots\dots (II.5)$$

et
$$R_o = \frac{2R \rho}{R + \rho} \dots\dots\dots (II.6)$$

On a, à première vue, intérêt à augmenter U et diminuer R_o et le premier montage de ce fait, est plus avantageux si l'on ne connaît pas l'impédance du détecteur, et, pour les mesures absolues, car sa sensibilité est indépendante de ρ . La situation est moins simple, du point de vue sensibilité, si le détecteur est un galvanomètre. Un calcul classique montre alors qu'il y a intérêt à prendre les 4 résistances du pont égales entre elles et à celle du galvanomètre auquel cas, les 2 montages deviennent équivalents.

Il y a avantage dans ce cas, pour améliorer le compensateur de température et réduire les effets parasites des connexions, à remplacer les résistances ρ par des jauges identiques aux jauges de mesure et collées dans leur voisinage. Il vaut alors encore mieux recourir, lorsque c'est possible, à un montage à 4 jauges actives. On a, en résumé, avec 4 résistances égales et pour un détecteur d'impédance infinie :

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{E}{4} \frac{\Delta R}{R} \text{ (1 jauge active)} \\ &= \frac{E}{2} \frac{\Delta R}{R} \text{ (2 jauges actives)} \\ &= E \frac{\Delta R}{R} \text{ (4 jauges actives)} \end{aligned}$$

- Equilibrage du pont :

Les jauges de même type et d'un même lot n'ont jamais exactement la même résistance. De plus, leurs connexions dans le pont, malgré toutes les précautions possibles ne sont jamais symétriques ; cela nécessite l'équilibrage du pont avant de faire les mesures.

Les mesures elles-mêmes peuvent se faire, soit en rééquilibrant le pont sous contrainte au moyen de résistances étalonnées d'équilibrage (méthode de zéro) soit, plus couramment, en notant la déviation du détecteur (méthode de déviation). Il existe aussi des ponts, dits à injection, dans lesquels on ramène le détecteur au zéro par l'insertion de f.e.m. convenables. Nous avons uniquement utilisé la méthode de déviation, qui est la plus simple

et la plus sûre, à bas niveau.

De toute façon, il n'est pas souhaitable de régler l'équilibre du pont au moyen de résistances d'ajustage en série avec les jauges. De telles résistances devraient pouvoir varier par bonds très faibles (10^{-4} ohms et au dessous); or la résistance résiduelle des meilleurs contacteurs, peu stable, est d'un ordre de grandeur très supérieur. Les connexions des jauges entre elles pour constituer un pont sont donc normalement soudées une fois pour toutes et le réglage se fait au moyen de résistances, relativement élevées, montées en parallèle avec les jauges. Le réglage ne donne donc pas une relation linéaire entre les variations de ces résistances et le déplacement du zéro. Des schémas variés sont possibles, nous en donnons deux exemples Fig (II.8). C'est le schéma I que nous avons principalement utilisé.

Les capacités C_1 et surtout C_2 sont destinées à améliorer la réponse du détecteur utilisé (nanovoltmètre Keithley), en régime transitoire.

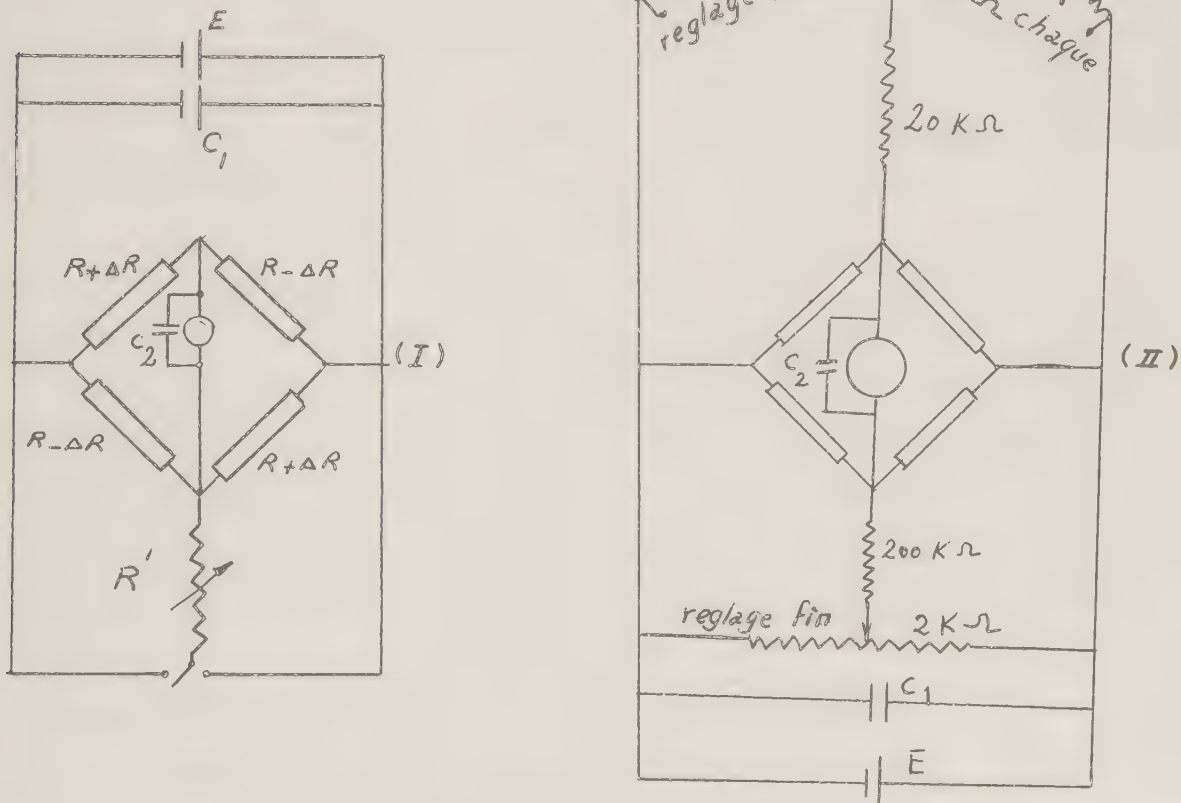


Fig. (II.8) Le réglage du pont.

La résistance de réglage R' , qui est beaucoup plus grande que R , se compose de 6 boîtes à décades (respectivement : 11 x 100 000, 10 000, 1 000, 100, 10 et 1 ohm).

- Choix de la résistance des jauges utilisées :

La résistance de la jauge est déterminée par l'épaisseur de la couche métallique et ses dimensions. Il existe des jauges standard, à fils ou à couches, de 60, 120, 350, 500, 600, et 1 000 ohms nominaux. Les jauges avec des résistances élevées donnent la possibilité de fonctionner sous tension E élevée, avec une puissance dissipée réduite : par suite, elles permettent d'obtenir une sensibilité du pont ($\Delta V / \Delta R / R$) élevée avec un bon rapport signal/bruit (l'essentiel du bruit n'est pas le bruit Johnson, mais les diverses dérives dont principalement la dérive thermique.

Les jauges de faible résistance sont moins fragiles, et de fabrication plus facile, et peuvent avoir facilement des dimensions plus réduites, permettant des mesures presque ponctuelles. Les jauges de 120 ohms sont les plus courantes et représentent un compromis satisfaisant pour la plupart des usages; fabriquées en grandes séries, elles sont ordinairement les moins chères.

D'autre part, le détecteur que nous utilisons est un nanovoltmètre Keithley. Sur les gammes les plus sensibles de cet appareil, il est souhaitable que l'impédance de la source fournissant le signal soit la plus basse possible, pour limiter le bruit de fond et ne pas allonger le temps de réponse. Nous avons utilisé des jauges de 120 ohms et de 350 ohms.

Le nanovoltmètre est, sur sa gamme la plus basse, largement sensible au nanovolt. Avec un pont de jauges alimenté sous quelques volts, nous sommes donc théoriquement à même de détecter des variations relatives de résistance $\frac{\Delta R}{R}$ de l'ordre de 10^{-9} . En fait, les bruits de fonds et les dérives des jauges, du pont, et du détecteur lui-même, limitent les performances pratiques à des valeurs nettement plus modestes : la sensibilité du détecteur est donc surabondante et ne constitue pas le facteur limite de nos mesures.

- Choix de la tension d'alimentation du pont E :

Comme la tension de la sortie ΔV du pont est proportionnelle à la tension d'entrée E , la sensibilité du montage ($\Delta V / \Delta R / R$) est proportionnelle à E . En pratique, E est limité par la nécessité de ne pas trop échauffer les jauges ni les connexions. En effet, les jauges sont en constantan et les fils de connexion en cuivre, et, par suite de petites différences de

de température entre les extrémités, des jauges engendrent des f.e.m. thermoélectriques de l'ordre de $40 \mu \text{ V}/^\circ\text{C}$. Malheureusement, on ne peut jamais avoir des conditions thermiques identiques aux extrémités des jauges, et il y a toujours de petites différences de composition ou d'état physique des métaux utilisés. Donc, on a obligatoirement des f.e.m. résiduelles parasites. L'échauffement des jauges dépend de l'inertie et de la conductibilité thermiques du spécimen sur lequel les jauges sont collées.

Les jauges "imprimées" en feuille métallique ont des surfaces de dissipation plus grandes que celles en fils métalliques, en conséquence, elles peuvent supporter des intensités plus grandes à échauffement égal. On est intéressé par la valeur de E qui donne le meilleur rapport, sensibilité/dérive.

Quelques essais ont été réalisés dans ce but.

Les courbes de la Fig(II - 9) indiquent la dérive du zéro apparent du pont pendant 24 heures, pour différentes tensions, pour des jauges imprimées, non spécialement appariées de 120 ohms, auto-compensées pour le support d'acier utilisé.

On déduit de ces courbes que :

E(volts)	4	6	7,5
dérive max (μ -allong/jour)	0,58	0,73	1,28

A titre de comparaison, la courbe I de la Fig (II.8) donne, par ailleurs, la dérive du détecteur, la sortie étant enregistrée avec l'entrée du nanovoltmètre en court-circuit. Elle est enregistrée avec la même sensibilité sur l'enregistreur et le nanovoltmètre que pour la courbe II.

On remarque que 4 volts est la valeur apparemment la plus adéquate dans les conditions de l'expérience, permettant la mesure, à court terme, d'allongements inférieurs à 10^{-7} .

Avec cette valeur, la puissance dissipée est :

$$\frac{\left(\frac{4}{2}\right)^2}{R} = \frac{\left(\frac{4}{2}\right)^2}{120} = 33,3 \text{ mW}$$

$$\text{La surface active} = 3 \times 4 = 12 \text{ mm}^2$$

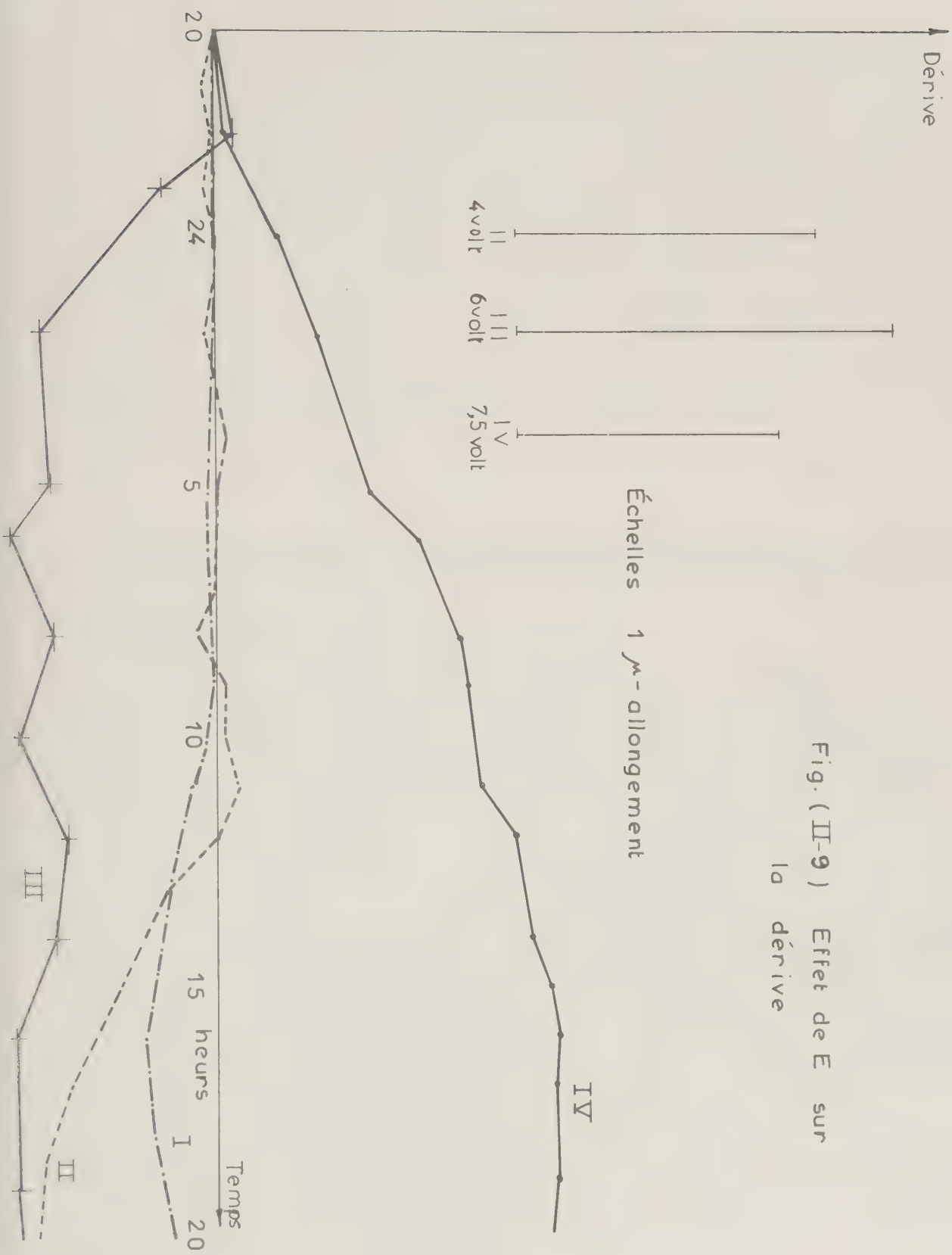


Fig. (II-9) Effet de E sur la dérive

$$\text{La dissipation/cm}^2 = \frac{33.3 \times 10^{-3}}{12 \times 10^{-2}} \simeq 0,28 \text{ W/cm}^2$$

Le dernier chiffre indique l'ordre de grandeur de la dissipation d'énergie possible dans les jauges dans les meilleures conditions de mesure. Ce chiffre est en bon accord avec les valeurs recommandées en général, par les fabricants. Il serait tentant de réduire l'échauffement des jauges en ne les mettant sous tension que pendant le temps strictement nécessaire aux mesures. C'est peut-être avantageux pour les ponts fonctionnant en alternatif, mais ça ne l'est sûrement pas pour les ponts fonctionnant, comme le notre, en courant continu : le temps de réaction du détecteur est tel que, si les jauges ne sont pas déjà en équilibre thermique, toute mesure précise est impossible.

II - 4 DERIVES ET BRUITS ENGENDRES DANS LES CIRCUITS DE MESURE :

1) Bruit Johnson :

La mesure des très basses tensions est limitée, de manière ultime, par le bruit Johnson. L'effet Johnson (dû à l'agitation thermique) , existe dans les résistances même en l'absence de courant. Ce bruit dans une résistance idéale peut être calculé par la formule de Nyquist :

$$\overline{\Delta E^2} = 4 R k T \Delta f$$

où ΔE est la tension efficace de bruit aux bornes de la résistance en volts; c'est la tension de la source de bruit équivalente à la résistance.

T est la température absolue (degrés Kelvin)

R est la valeur de la résistance en ohms

k est la constante de Boltzman
($1,38 \times 10^{-23}$ Joules/°K)

Δf est la bande passante (en hertz) du montage utilisé.

Pour une résistance idéale, à la température ambiante (300°K) la

formule de Nyquist, donne numériquement :

$$\Delta E = 1,29 \times 10^{-10} (R \Delta f)^{1/2}$$

Ainsi est-on conduit au résultat suivant :

une résistance R équivaut, du point de vue bruit à un générateur de Thévenin de f.e.m. ΔE et de résistance interne R sans bruit. Pour les résistances à base de carbone, ou d'autres semi-conducteurs il existe en plus un autre type de bruit qui se produit principalement quand il y a un courant qui traverse cette résistance. La valeur de ce bruit dépend de manière complexe, de la fréquence, du matériau, de la construction, de la résistance, et, bien sûr, du courant.

Neubert⁽²²⁾ a mesuré la valeur de ce bruit dans des résistances fixes au carbone :

0,05 μ V/V pour des résistances de 1000 ohms

0,5 μ V/V pour des résistances de 1 M Ω

Ce dernier type de bruit n'existe pas dans les résistances métalliques. Typiquement, dans un pont de jauges de 120 ohms et pour une bande passante de 1 Hz la formule de Johnson donne

$$\Delta E \simeq 10^{-9} \text{ volts.}$$

Cette contribution au bruit du montage est donc presque négligeable.

2) f.e.m. thermoélectriques :

Si une résistance en fil de constantan est connectée au reste du circuit par des fils de cuivre, et que ses bornes sont à des températures différentes, la f.e.m. induite sera 40,59 μ V/°C. Cette valeur est très élevée par rapport aux autres dérives considérées. Même dans un circuit entièrement en cuivre, des différences locales de composition ou d'état physique (écrouissage) suffisent à engendrer des f.e.m. pouvant atteindre 1 μ V/°C, et les constructeurs d'appareils du type nanovoltmètre recommandent, de ce fait, les plus grandes précautions pour la construction du circuit d'entrée (emploi autant que possible de fil de cuivre de qualité sélectionnée, connexions de préférence serties, ou, sinon, soudées avec des soudures spécialement adaptées).

On doit donc s'efforcer de maintenir tous les éléments du pont à température sinon constante, du moins homogène. Pour cette raison, dans nos montages à 2 jauges, les deux résistances

constituant la "tête" du pont, sont bobinées sur un même noyau de stéatite. Le châssis avec les résistances, condensateurs, connexions d'entrée au nanovoltmètre et toutes les autres liaisons, est immergé dans un bain d'huile pour transformateurs. On utilise dans tous les circuits le même type de fil (cuivre), provenant d'un même lot, pour éviter d'autres sources de f.e.m. thermique.

3) Les champs magnétiques et électrostatiques externes :

Les champs magnétiques et électrostatiques externes quelle que soit leur fréquence peuvent engendrer des parasites variés. Ici leur action directe, est, à priori, négligeable du fait de la très basse impédance des circuits, fonctionnant en courant continu. Ils peuvent par contre s'avérer très gênants dans l'utilisation de ponts à courant-alternatif. Dans notre montage, ils peuvent également affecter les performances du nanovoltmètre, qui comporte un amplificateur à courant alternatif précédé d'un modulateur à relais vibrant.

Pour être à l'abri de ces perturbations :

- on utilise des câbles blindés.
- le nanovoltmètre et le châssis sont mis à l'écart de tout circuit à courant alternatif.
- on évite aussi bien les boucles de circuits (les 2 fils aller et retour d'un même circuit sont toujours torsadés) que les "bouclages" de masses.
- un condensateur de grande valeur est relié aux bornes de la source d'alimentation du pont (tension alternative redressée).
- la borne négative de la source, et la prise de masse du nanovoltmètre sont reliées à la terre mesure du laboratoire. Par contre, le circuit de mesure de ce dernier est laissé flottant (il est relié indirectement à la terre par l'alimentation du pont).

II - 5 DERIVES DUES A L'ACTION DE LA TEMPERATURE AMBIANTE SUR LES JAUGES :

On évite l'utilisation d'une seule jauge dans le pont car la dérive thermique est alors énorme, même si la jauge est auto-compensée. Les jauges autocompensées sont des jauges imprimées dans lesquelles, par des artifices de fabrication, non dévoilés par les

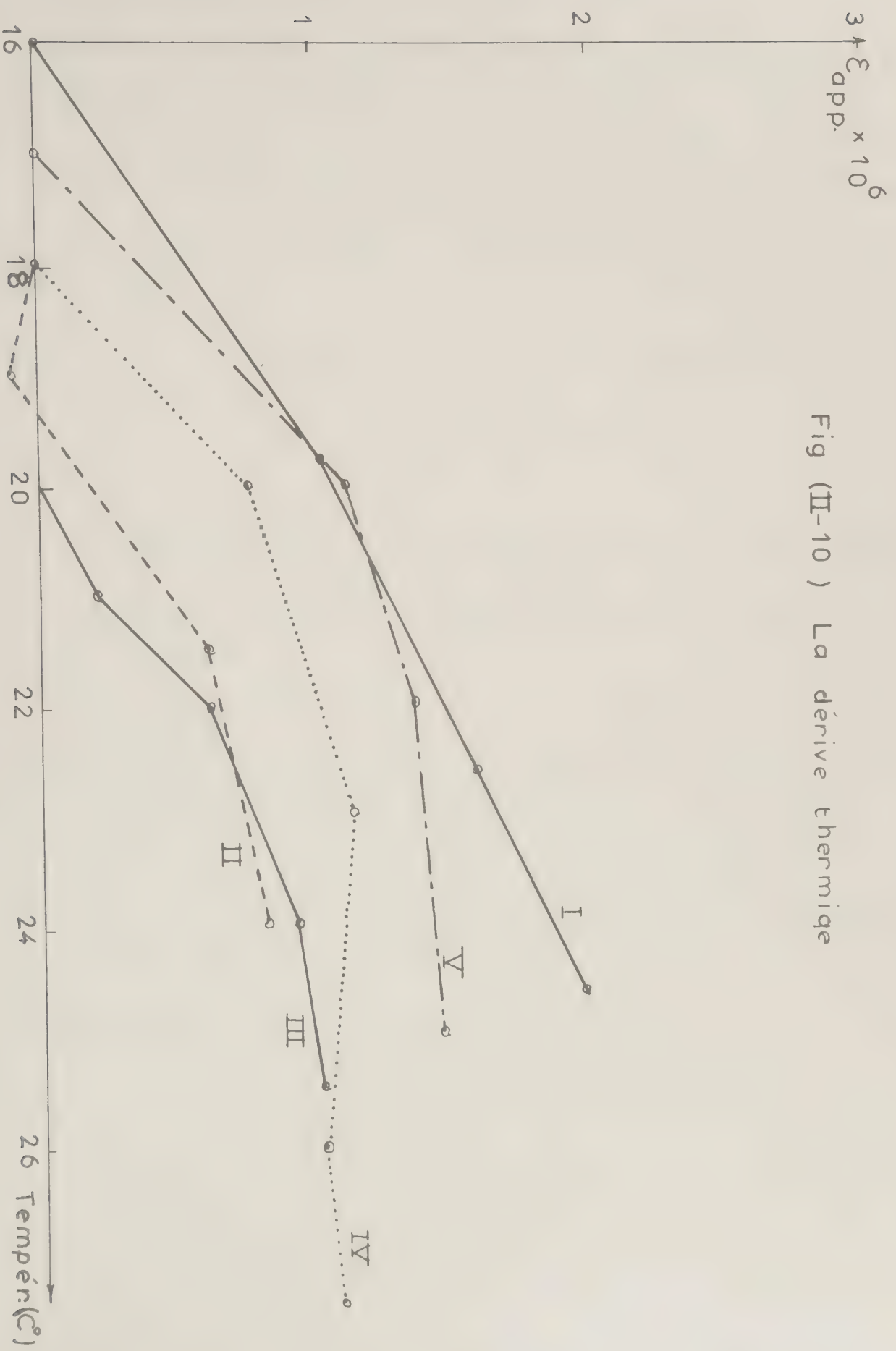
fabricants, le coefficient de température de la résistivité de la jauge est choisi de manière à ce que la dilatation du support compense à peu près l'augmentation de résistivité de la jauge. Il existe des jauges pour utilisation sur aciers normaux, aciers inoxydables, aluminium, magnésium, etc... Naturellement, cette compensation n'est qu'approximative, et même assez grossière, car il y a toujours une certaine dispersion des caractéristiques d'un même lot de jauges, et, surtout, le coefficient de dilatation des métaux utilisés comme supports, ne dépend pas seulement de leur composition, mais subit aussi d'assez fortes variations suivant leur état physique. L'utilisation d'au moins deux jauges dans le pont est conseillée (et 4 jauges valent encore mieux). La dérive thermique nominale (ϵ apparent) d'une jauge seule dans le pont est fournie avec les jauges par le fabricant. C'est la dérive d'un pont contenant deux ou quatre jauges qui nous intéresse ici. Les résultats expérimentaux d'allongement apparent obtenus en faisant varier la température, pour des ponts différents sont donnés dans la Fig. (II.10).

- | | |
|------------|--|
| Courbe I | Humidité 70 % pont de deux jauges, autocompensées, collées sur acier R = 350 ohms , colle phénolique. |
| Courbe II | Humidité 65 % pont de 4 jauges autocompensées collées sur aluminium R = 120 ohms, colle résine époxy. |
| Courbe III | Humidité 65 % pont de 2 jauges autocompensées collées sur dural R = 120 ohms, colle résine époxy. |
| Courbe IV | Humidité 65 % pont de 2 jauges autocompensées collées sur (acier au carbone) R = 350 ohms, colle phénolique. |
| Courbe V | Humidité 65 % pont de 2 jauges autocompensées collées sur acier au carbone R = 350 ohms, colle phénolique. |

On peut, à propos de ces courbes, insister à nouveau sur les facteurs affectant la dérive thermique :

- 1 - Les dissymétries des jauges constituant le pont : leurs résistances ne sont pas exactement égales, ni leurs coefficients de température. Les résistances d'équilibrage qui corrigent initialement la dissymétrie de résistance des jauges, n'ont pas le même coefficient de température, et ne fonctionnent pas à la même température que les jauges.
- 2 - Les dissymétries de soudure et collage des jauges : même avec beaucoup de soin, on ne peut pas arriver à coller et à souder

Fig (II-10) La dérive thermique



deux jauges de manière totalement symétrique.

- 3 - La préparation de la surface affecte différemment l'état hygrométrique, et, en conséquence, la température n'a pas le même effet sur deux jauges collées sur des surfaces différentes. En conséquence, les courbes n'ont pas des allures précises. Le résultat pratique le plus important qu'on peut en déduire est que la dérive thermique ne dépasse pas 1,5 micro-allongement dans une gamme de température égale à l'ambiante $\pm 5^{\circ}\text{C}$.

On note aussi que les pentes des courbes diminuent avec l'augmentation de la température, et ceci est probablement dû à une élimination progressive de l'humidité.

II - 6 TRANSFERT DE CHALEUR ENTRE LA JAUGE ET L'ECHANTILLON SUPPORT :

On a noté que l'échauffement des jauges, et, en conséquence, la dérive, limite l'intensité du courant admissible, et, par suite, la sensibilité du pont.

Il est relativement facile de mesurer l'élévation de température de la jauge, en fonction de la tension E appliquée au pont. Il est intéressant, mais plus difficile, de connaître l'évolution dans le temps de la température de la partie active de la jauge après une variation brusque, soit de la tension d'entrée, soit de la température de l'échantillon support. L'étude qui suit a pour but de dégager, par simplification d'un problème complexe, la notion de constante de temps thermique de la jauge.

A - En régime permanent :

Pour simplifier le problème, on suppose que :

- 1 - La grille de la jauge est une plaque plane.
- 2 - Comme l'épaisseur du support et de la colle est très mince par rapport à celle du produit de protection, on peut supposer en première approximation, que toute la chaleur dégagée par la jauge est transférée à travers le film support et le collage au spécimen métallique.
- 3 - Comme le spécimen a une grande inertie thermique et que sa température est en plus contrôlée par le thermostat, on suppose

que sa température est constante.

- 4 - On néglige les flux thermiques parasites (échanges de chaleur vers les connexions, ou vers l'enveloppe de protection).

Les cinq tranches dans la Fig (II.11) sont respectivement, le produit de protection, la jauge, le film support, le collage et le spécimen (les interfaces successifs étant numérotés de 1 à 4). Les tranches 2-3 et 3-4 (film support et collage) ont un rôle passif.

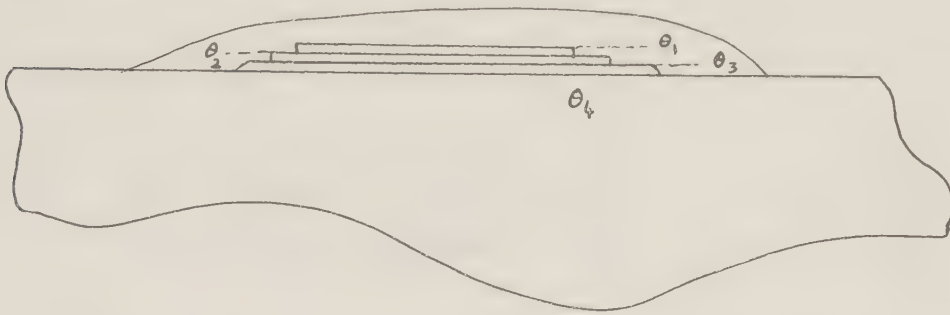


Fig. (II.11)

Notation des températures dans les différentes zones du système.

Considérons la plaque de jauge, Fig (II.12); la chaleur transférée à travers le plan ab est une fonction de sa distance à la surface supérieure de la jauge (distance x).

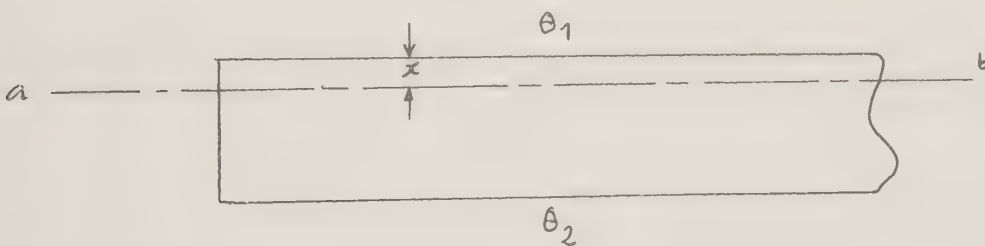


Fig. (II.12)

Répartition de la température dans la jauge.

Si Φ désigne la puissance électrique dissipée dans la jauge, λ la conductivité thermique et A la surface : (on néglige les petites différences de résistivité, dues à la température,

suivant l'épaisseur de la jauge), et on a :

$$\phi_x = \phi \frac{x}{d} = - \lambda A \frac{d\theta}{dx}$$

$$\phi \int_0^d \frac{x}{d} dx = - \lambda A \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta$$

d'où, on tire :

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{d\phi}{2\lambda A} \dots\dots\dots(II.7)$$

Par suite, pour le système complet,

$$\phi = \frac{\theta_1 - \theta_4}{\frac{d_j}{2\lambda_j A} + \frac{d_s}{\lambda_s A} + \frac{d_c}{\lambda_c A}} \dots\dots\dots(II.8)$$

La température maximale existe à la surface supérieure de la jauge, si on suppose que toute la chaleur est transférée à travers le support et le collage. Sinon, la température maximale existera dans un plan à l'intérieur de la jauge à une distance qui dépend des quantités de chaleur transférées vers la surface libre (ou protégée) et vers l'échantillon support Fig. (II.13).

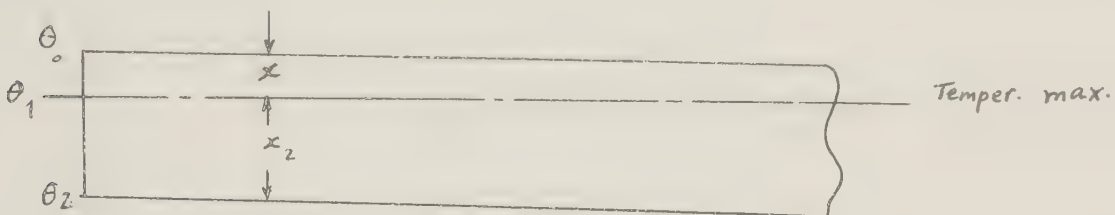


Fig.(II.13)

Position de la température maximale.

Dans ce dernier cas :

$$\phi = \frac{\theta_1 - \theta_4}{\frac{x_2}{2\lambda_j A} + \frac{x_s}{\lambda_s A} + \frac{x_c}{\lambda_c A}} + \frac{\theta_1 - \theta_a}{\frac{x_1}{2\lambda_j A} + \frac{x_h}{\lambda_h A}} \dots\dots\dots(II.9)$$

où θ_a est la température de l'air et les indices j, s, c, h correspondent à la jauge, au support, au collage et au produit de protection extérieure contre l'humidité. Pour avoir des valeurs numériques, une coupe métallographique, à travers une jauge collée a été réalisée, et les épaisseurs des différentes zones ont été mesurées au microscope.

On a obtenu les chiffres suivants :

Propriété physique	$\lambda (\frac{\text{cal} - \text{cm}}{\text{sec} - \text{cm}^2 - ^\circ\text{C}})$	$c_p (\frac{\text{cal}}{\text{gra} \cdot ^\circ\text{C}})$	$\rho (\frac{\text{gra}}{\text{cm}^3})$	d(mm)	A(mm ²)	h(cm ² /sec)
jauge	0,056	0,098	8,4	0,0075	15	0,068
support et colle	0,00035	0,4	1,2	0,045	15	$7,3 \cdot 10^{-4}$

h est le coefficient de diffusion thermique : $h = \frac{\lambda}{\rho c_p}$

Comme le support et le collage sont en matériaux organiques et ont des propriétés physiques similaires, on les traite comme une seule couche, avec des propriétés physiques égales à la moyenne des deux.

La jauge a une résistance de 120 Ω et est supposée soumise à une tension de 4 volts aux bornes :

$$\phi = \frac{(4)^2}{120 \times 4,2} = 0,032 \text{ cal/sec}$$

En appliquant les équations (II.7) et (II.8) on obtient :

$$\theta_1 - \theta_4 = 3^\circ\text{C}$$

$$\theta_1 - \theta_2 = 0,0015^\circ\text{C}$$

On peut dire que pratiquement toute la chute de température se produit à travers le film support et le collage. La température moyenne de la jauge est donnée par $(\theta_1 + \theta_2)/2 \simeq \theta_1$.

On peut donc savoir de combien la résistance de la jauge a varié,

soit en augmentant la tension d'entrée E , soit en changeant la température du spécimen .

B - En régime transitoire :

Nous avons cherché à connaître le temps nécessaire à la jauge pour revenir à l'équilibre thermique après un changement, soit dans la température du spécimen, soit dans la tension E. Nous pourrions en même temps déduire l'influence de l'épaisseur de la colle et du film support sur le comportement thermique de la jauge. Comme on l'a déjà vu, en régime permanent, la chute totale de la température a lieu en quasi-totalité à travers le support et le collage (3°C).

En régime transitoire, le résultat est beaucoup moins évident, car il faut tenir compte de l'inertie thermique. C'est pourquoi, nous commençons par calculer le temps t_j que mettrait la jauge à prendre sa température d'équilibre (calculée ci-dessus) sous l'effet de la puissance électrique dissipée, en supposant la jauge thermiquement isolée. Puis nous comparons ce temps à la constante de temps t_c des échanges thermiques par conduction entre la jauge et le milieu ambiant.

Si $t_j \ll t_c$, l'échange de chaleur autour de la jauge est un processus beaucoup plus lent que l'arrivée de chaleur à la jauge, nous pourrions négliger l'inertie thermique de la jauge et supposer la jauge pratiquement isotherme, même en régime transitoire, ce qui simplifie beaucoup le problème.

Calculons numériquement t_j pour une jauge de 120 ohms sous 4 volts ($\Delta T = 3^\circ\text{C}$) :

$$\text{-Volume de la jauge} = 0,0075 \text{ (mm)} \cdot 14 \text{ (mm)}^2 \cdot 0,5 = 0,05 \text{ mm}^3$$

0,5 est un facteur destiné à tenir compte de ce que le métal n'occupe qu'une fraction de la surface active (grille) de la jauge.

-Capacité calorifique de la jauge :

$$\begin{aligned} &= 0,05 \times 10^{-3} \cdot 8,4 \cdot 9,8 \cdot 10^{-2} \\ &= 4,1 \cdot 10^{-5} \text{ cal/}^\circ\text{C.} \end{aligned}$$

Pour $\Delta T = 3^\circ\text{C}$, la quantité de chaleur accumulée dans la jauge est :

$$Q = 12,3 \cdot 10^{-5} \text{ cal}$$

d'où ;
$$t_j = \frac{Q}{\frac{\Delta T}{j}} = \frac{12,3 \cdot 10^{-5}}{\frac{(4)^2}{120 \cdot 4,18}} \approx 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ sec.}$$

On cherche maintenant t_c , Fig(II.14)

Il s'agit pour cela d'intégrer l'équation de conduction de la chaleur dans le film support et la colle, assimilés pour simplifier à un milieu unique. La face inférieure (échantillon support) est pratiquement isotherme, ne serait-ce qu'à cause de son inertie thermique. La face supérieure (jauge) apporte le flux de chaleur ϕ pratiquement constant, l'inertie thermique de la jaugé étant négligée. Nous pouvons tenir compte, grossièrement, de la chaleur perdue vers le haut, à travers la couche de protection, en considérant que le flux ϕ est égal à une fraction déterminée, pratiquement constante, de la puissance électrique dissipée. Nous sommes ramenés au problème classique du mur d'épaisseur finie en régime transitoire.

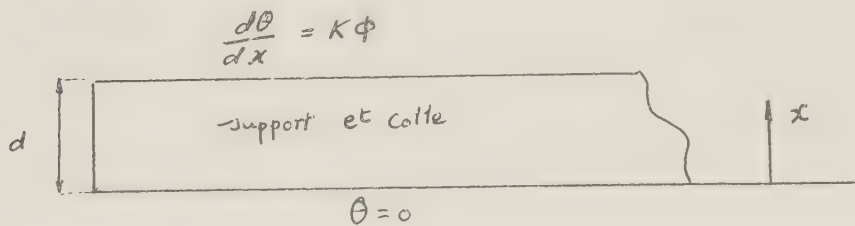


Fig. (II.14)
Conditions aux limites.

L'équation aux dérivées partielles à résoudre est :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = h \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \dots\dots\dots (II.10)$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$\theta (0 , t) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{d\theta}{dx} (0 , t) = K\phi \dots\dots\dots (2)$$

$$\theta = 0 \text{ pour } 0 < x < d \\ \text{pour } t = 0 \dots\dots\dots (3)$$

La solution de ce problème classique se trouve dans de nombreuses références (39, 40), et θ peut être donnée par :

$$\theta(x, t) = K \Phi x + \frac{2 K \phi}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{m^2} e^{-m^2 h t} \sin mx \dots (II.12)$$

avec : $m = (n - 0,5) \frac{\pi}{d}$

Pour obtenir les valeurs numériques :

$$h = 7,3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{sec}.$$

$$\phi = \frac{4^2}{120} - \frac{1}{4,2} = 0,032 \text{ cal/sec}.$$

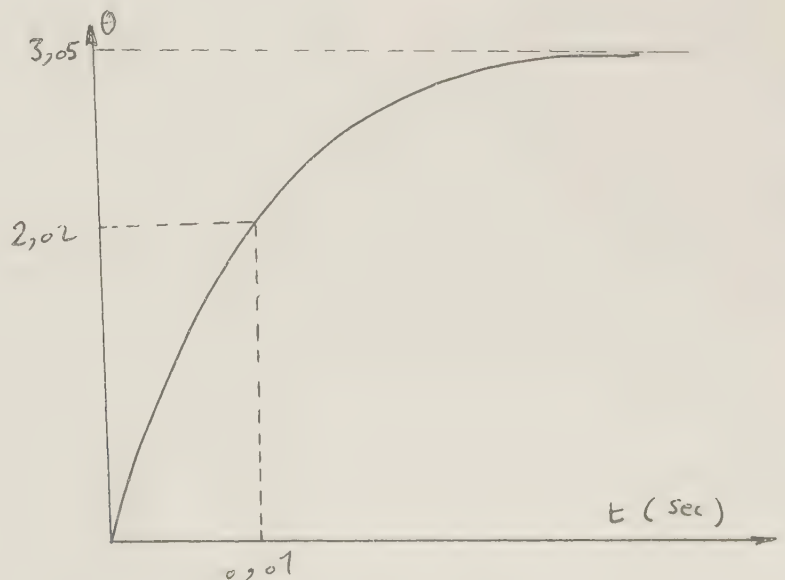
$$K\phi = \frac{\phi}{\lambda A} = \frac{3,2 \cdot 10^{-2}}{3,5 \cdot 10^{-4} \cdot 13,5 \cdot 10^{-2}} = 680^\circ\text{C/cm}$$

$$K\phi d = 6,8 \times 10^2 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} = 3,05^\circ\text{C}$$

$$\frac{2 K \phi}{d} = \frac{2 \cdot 680}{4,5 \cdot 10^{-3}} = 3,05 \times 10^5^\circ\text{C/cm}^2$$

$$\theta(x, t) = 680 + 3,05 \cdot 10^5 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{m^2} e^{-7,3 \cdot 10^{-4} m^2 t} \sin mx \dots (12)$$

$$\theta(d, 0) = 0$$



La courbe (II.17) représente l'équation (12).

La solution n'est pas de la forme :

$$\theta = \theta_{\infty} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

mais sa variation a la même allure.

On peut donc, par extension du langage habituel, définir une "pseudo-constante de temps" τ comme étant la durée au bout de laquelle θ atteint 68 % environ de sa valeur finale.

Cette valeur est ici de 0,01 sec.

Par suite, le fait d'avoir négligé au départ les gradients de température dans la jauge, ne peut avoir eu de conséquence grave dans l'évaluation de τ . Une solution purement numérique du problème complet, obtenue par calcul pas à pas, est d'ailleurs exposée dans l'appendice I.

La pseudo-constante de temps τ est très courte : la jauge se met donc très rapidement en équilibre de température avec son support. Mais nous avons négligé au départ, les variations de température de ce dernier. En fait, son inertie thermique n'est pas infinie, non plus que sa conductivité thermique.

Les gradients thermiques caractéristiques du régime permanent s'établissent progressivement dans l'échantillon support, même thermostaté. C'est en pratique ce dernier équilibre qui conditionne le régime transitoire thermique, toujours très lent, ordinairement plusieurs minutes, observable dans la réponse de la jauge. Ce régime dépend des dimensions et de la forme de l'échantillon, de son environnement, etc..., et on ne peut rien dire de général à son sujet. L'intérêt du calcul précédent est en fait de montrer que les échanges thermiques entre jauge et support sont tellement rapides, que le retard qu'ils amènent dans la réponse de la jauge est toujours à peu près négligeable, devant l'inertie thermique de l'échantillon support, sauf peut-être dans le cas de capteurs de force très sensibles, utilisant une lame flexible exceptionnellement mince.

II - 7 ETUDE THEORIQUE DU COEFFICIENT DE VARIATION DE LA RESISTANCE DE LA JAUGE AVEC LA TEMPERATURE :

Comme on l'a déjà vu, la température intervient d'abord directement dans la résistivité de métal de la jauge. De plus, comme nous l'avons déjà mentionné à propos des jauges autocompensées, la résistance de la jauge varie aussi du fait de la dilatation différentielle de la jauge et du matériau sur lequel elle est collée.

Soit A_f le coefficient de température de la résistance du fil seul; C_f le coefficient de dilatation du fil; et C_m le coefficient de dilatation du matériau du support.

Le coefficient apparent de variation de la résistance de la jauge mise en place sur un matériau donné sera :

$$A_{\theta} = \frac{1}{R} \frac{\Delta R}{\Delta t} .$$

$$\text{Par ailleurs : } A_{\theta} = A_f + (K_x + K_y) (C_m - C_f) \dots\dots\dots (1)$$

où K_x et K_y sont les coefficients de sensibilité longitudinale et transversale de la jauge.

Nous allons analyser plus en détail l'importance de chaque coefficient et démontrer la formule (1).

1°/ Coefficient de température de la jauge :

Reprenons l'équation :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - 2 \frac{\Delta r}{r} \dots\dots\dots (2)$$

Soit Δt la différence entre la température initiale t_0 et la température au moment de la mesure t ($\Delta t = t - t_0$)

Par définition, le fil s'allonge et augmente de diamètre proportionnellement à C_f :

$$\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_t = \left(\frac{\Delta r}{r}\right)_t = C_f \Delta t$$

Par ailleurs, Bridgman admet que :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = C \left(\frac{dV}{V}\right)_t = C \times 3 C_f \Delta t$$

d'où en remplaçant dans (2) :

$$\begin{aligned} A_f = \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_t &= C \times 3 C_f \Delta t + C_f \Delta t - 2 C_f \Delta t \\ &= C_f (3 C - 1) \Delta t \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

2°/ Coefficient de dilatation thermique :

La longueur du fil de la jauge varie en fonction de la température suivant :

$$l_f = l_{f_0} (1 + C_f \Delta t)$$

et celle de la partie sous-jacente du support suivant :

$$l_m = l_{m_0} (1 + C_m \Delta t)$$

Le fil de la jauge s'allongera donc partiellement du fait de l'allongement du support et particulièrement sous l'action directe de la température. Pour la température t_0 :

$$l_{f_0} = l_{m_0} = l_0$$

A la température t , l'allongement forcé (différence entre la dilatation du fil et celle du support) est égal à :

$$l = l_m - l_f = l_0 (C_m - C_f) \Delta t$$

La variation relative de longueur faisant apparaitre une variation relative de la résistance correspondant à une contrainte fictive est donc :

$$\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_t = (C_m - C_f) \Delta t$$

Comme par ailleurs :

$$\frac{\Delta R}{R} = K \frac{\Delta l}{l}$$

On aura, en fin de compte :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_t = K (C_m - C_f) \Delta t$$

ou encore, pour tenir compte de la sensibilité transversale :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_t = (K_x + K_y) (C_m - C_f) \Delta t \dots\dots\dots (4)$$

En portant (3) et (4) dans (1) ZELBSTEIN⁽²³⁾ est arrivé à l'expression suivante :

$$A_{\theta} = C_f(3C - 1) + (K_x + K_y)(C_m - C_f) \dots \dots (II.13)$$

Dans le cas d'une jauge en fil de constantan ordinaire collée sur une plaque en aluminium on trouve, par exemple :

$$A_{\theta} = 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ par degré centésimal}$$

et pour l'acier :

$$A_{\theta} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ par degré centésimal.}$$

D'après MITICHENKO⁽¹⁷⁾, le coefficient de température total de la jauge s'écrit :

$$A_{\theta} = \left[\alpha_1 - C_f(1 + 2\nu) + K_x C_m \right] \dots \dots \dots (II.14)$$

avec :

$$\alpha_1 = \frac{R_t - R_0}{R_0} \frac{1}{d\theta} \text{ pour un fil non collé, autrement dit, coefficient de température de la jauge nue.}$$

ν = coefficient de Poisson

donc l'allongement apparent sera :

$$\epsilon_{app} = \frac{\Delta R}{R} \frac{1}{K_x} = \frac{\alpha_1 - C_f(1 + 2\nu)}{K_x} + C_m$$

Dans l'équation (II.14), A_{θ} s'annule si :

$$\alpha_1 = C_f(1 + 2\nu) + K_x C_m$$

Les phénomènes réels sont, de toute façon, beaucoup plus complexes : la technique d'autocompensation est appliquée par les fabricants aux seules jauges imprimées, et ils ne donnent aucun détail sur leurs procédés de fabrication. Nous avons constaté par diffraction de rayons X que la texture des jauges imprimées est nettement anisotrope, même dans le plan de la jauge. Un calcul réaliste du coefficient de température résultant devrait en tenir compte, et faire apparaître le rôle des 2 coefficients de dilatation, dans les deux directions principales, du métal de la jauge et aussi de l'anisotropie

élastique de la jauge.

MITICHENKO indique que α_1 , peut être modifié par les traitements thermiques et en conséquence, on peut arriver à l'autocompensation.

En général, le changement relatif de résistance de la jauge $\frac{\Delta R}{R}$, obtenu en appliquant un allongement ϵ et simultanément une variation de température $\Delta\theta = \theta - \theta_0$, peut être donnée par (24):

$$\frac{\Delta R}{R} = \epsilon K_0 (1 + m \Delta\theta) + (\alpha + K \Delta C)$$

où K_0 est le coefficient de jauge à la température θ_0 et m est son coefficient de température.

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \frac{1}{\Delta\theta}$$

$$C = C_m - C_f$$

K est le coefficient de jauge.

II - 8 CONCLUSION -

La dérive thermique dans les jauges de contrainte est très importante. Elle constitue de très loin, et malgré toutes les précautions classiques, le phénomène parasite dominant. Pour des mesures précises, on ne doit jamais utiliser une seule jauge dans le pont, même si elle est auto-compensée. Si le courant continu est utilisé comme alimentation pour le pont, les f.e.m. thermoélectriques sont très gênantes et on doit faire tout son possible pour les minimiser. L'excitation ne doit pas être changée pendant les mesures (pour changer la sensibilité du pont, par exemple) car cela déséquilibre le pont, qui est prééquilibré. Pour la même raison, après la mise sous tension du pont, les mesures ne peuvent être entreprises qu'après stabilisation suffisante du zéro. Plusieurs dizaines de minutes d'attente peuvent s'avérer nécessaires pour des mesures très précises dans des cas extrêmes. Toute manoeuvre des commutateurs des résistances auxiliaires d'équilibrage, modifie légèrement la distribution des courants dans les jauges et par suite leur température. Ces manoeuvres engendrent donc, elles aussi, un

CHAPITRE - III -

L'EFFET DE L'ETAT HYGROMETRIQUE

III - 1 INTRODUCTION -

Les colles destinées aux jauges de contrainte sont autant que possible peu hygroscopiques. Néanmoins en milieu humide, des perturbations du genre dérive apparaissent. Dans les cas graves, le pont des jauges peut devenir définitivement inutilisable (perte de sensibilité par décollement partiel de la jauge, ou mise en court circuit plus ou moins franc). Les notices publiées par les fabricants de jauge insistent toujours sur la nécessité d'une protection des jauges contre l'humidité. La protection recommandée est plus ou moins complexe suivant les conditions d'utilisation : elle peut aller, d'une couche de vernis, dans le cas de jauges travaillant en atmosphère raisonnablement sèche (capteurs étanches, montage de laboratoire) à un ensemble de plusieurs couches de protection, la dernière étant un capuchon collé, ou une épaisse couche de mastic élastomère hydrofuge pour des jauges exposées aux intempéries (essais de ponts métalliques). La protection externe joue en outre un rôle de protection mécanique contre les chocs et éraflures. Les connexions sont ordinairement réalisées par l'intermédiaire de cosses relais, également protégées, telles que des efforts de traction sur les câbles ne puissent être transmis aux jauges. Le point de pénétration des câbles est toujours un point faible, du point de vue étanchéité.

Sans protection contre l'humidité, on assiste à des variations pas toujours réversibles, parfois très importantes, de la

résistance apparente de la jauge. L'effet de l'humidité peut à priori comporter un effet mécanique (gonflement du film support, amorces de décollement), chimique (corrosion du métal de la jauge, pouvant aboutir lorsque la jauge est sous tension, à une véritable électrolyse) ou purement électrique (diminution de la résistance d'isolement).

Les couches de protection augmentent la raideur des jauges et leurs propriétés élastiques sont mal définies. C'est pourquoi, on les réduit au strict indispensable dans les mesures au laboratoire. L'augmentation de raideur peut être négligée si la pièce support est épaisse, ce qui est toujours le cas dans les essais de charpentes. Elle peut au contraire s'avérer très gênante dans la construction de capteurs sensibles (dynamomètres, membranes manométriques). C'est pourquoi certains capteurs utilisent comme éléments de mesure des fils nus tendus sans contact dans leur partie active.

Du point de vue thermique, la protection contribue à isoler la jauge des fluctuations de la température ambiante. Mais en même temps, elle ralentit les échanges de chaleur et allonge le temps d'obtention d'un équilibre thermique.

Il existe des produits de protection⁽²⁵⁾, chacun d'eux présentant des avantages particuliers. Il est souvent nécessaire de combiner l'utilisation de deux ou plusieurs couches de produits différents. Lorsqu'on utilise plusieurs couches différentes, chacune doit recouvrir complètement la précédente.

Avec les couches protectrices, l'effet hygrométrique est largement réduit. La dérive due au changement d'humidité devient un phénomène extrêmement lent qui dépend de la pénétration graduelle d'humidité dans la couche protectrice.

Les mesures décrites dans ce chapitre ont été faites sur des jauges protégées par des cires, ou par deux couches de résine synthétique et de vernis silicone vendus sous la désignation G K 1 et G K 3 par la 4M (Société de métrologie mécanique et d'électronique et Moyens d'essais pour les matériaux). Une analyse systématique de tous les effets directs et indirects de l'humidité nous aurait entraîné beaucoup plus loin. Nous nous sommes bornés à étudier l'ordre de grandeur de l'effet dans quelques cas typiques d'utilisation et ces résultats expérimentaux constituent la 2ème section du présent chapitre. Les rayonnements nucléaires sont aussi

un facteur d'environnement, pouvant affecter les caractéristiques des jauges utilisées autour des réacteurs atomiques. Ces effets seront décrits dans la section 4.

De même, la section 5 est consacrée à l'étude du vieillissement et de la stabilisation de la colle.

III - 2 L'EFFET DE LA VARIATION DE LA RESISTANCE D'ISOLEMENT :

La résistance d'isolement entre la jauge et la masse (R_f) est considérée, en simplifiant quelque peu, comme agissant en parallèle avec celle de la jauge (R_g) (Fig. III-1a).

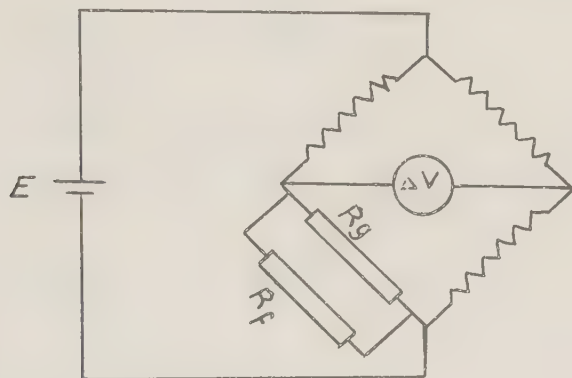


Fig.(III - 1a)

Représentation de la résistance de la fuite.

Soit : $R' = \frac{R_f R_g}{R_f + R_g}$ la résistance apparente de la jauge.

La variation $\Delta R'$ de R' due à la variation de la résistance de fuite ΔR_f sera donnée par :

$$\frac{\Delta R'}{\Delta R_f} = \frac{R_g^2}{(R_f + R_g)^2}$$

D'où on tire, pour des petites variations :

$$\Delta R' = \Delta R_f \left(\frac{R_g}{R_f} \right)^2, \quad (R_f \gg R_g) \dots \dots \dots (III.1a)$$

Les variations de R_f pendant la mesure se traduisent par une dérive.

Cette dérive est calculée comme suit :

- La tension de sortie du pont est :

$$\Delta V = \frac{E}{4} \frac{\Delta R}{R} = \frac{E}{4} \frac{\Delta R_F}{R_g} \left(\frac{R_g}{R_f} \right)^2$$

Pour une jauge de coefficient $k = 2$, le signal de sortie dû à un allongement relatif $\frac{\Delta l}{l}$ est :

$$\Delta V = \frac{E}{2} \frac{\Delta l}{l}$$

Nous calculons l'allongement équivalent à la variation de R_f , en égalant ces deux expressions de ΔV , ce qui donne :

$$\left(\frac{\Delta l}{l} \right)_{app} = \frac{1}{2} \frac{\Delta R_f}{R_f} \frac{R_g}{R_f} \dots\dots\dots (III.2)$$

Si, par exemple, l'humidité fait passer la résistance d'isolement de $10 \text{ M}\Omega$ à $9 \text{ M}\Omega$, pour une jauge de 350Ω , la dérive sera :

$$\left(\frac{\Delta l}{l} \right)_{app} = 1,75 \text{ micro-allong.}$$

Une autre manière d'envisager le problème consiste à calculer la résistance d'isolement minimum garantissant que la dérive due à l'humidité ne dépassera pas un certain facteur. Nous pouvons ainsi calculer la résistance d'isolement minimum R_f qui, branchée en parallèle sur la même jauge de 350 ohms , ne déséquilibrera pas le pont plus qu'un allongement relatif de $1,75 \cdot 10^{-6}$. On trouve sans difficulté $R_f = 100 \text{ M}\Omega$. Autrement dit, une résistance de fuite variant entre $100 \text{ M}\Omega$ et l'infini ne donnera pas de dérive supérieure à $1,75 \text{ micro-allongement}$.

Il apparait donc que, malgré le bas niveau d'impédance des mesures sur jauges de contrainte, un isolement électrique passablement soigné de tout le montage est tout de même nécessaire : le niveau d'isolement souhaitable est de l'ordre de 100 mégohms , et les produits de collage et de protection sont donc soumis à des exigences assez dures du point de vue diélectrique.

Accessoirement, les variations de résistance d'un mauvais isolement peuvent affecter la sensibilité du montage, et donc le facteur d'étalonnage dans les mesures par déviation.

Faisons le calcul :

En considérant l'allongement vrai, le facteur d'étalonnage est donné par :

$$G = \frac{\Delta R_g / R_g}{\Delta l / l}$$

et avec la variation de la résistance d'isolement, ce facteur devient :

$$G' = \frac{\frac{R_g}{R_g + \Delta R_g}}{\frac{\Delta l}{l}} = \left(\frac{\Delta R_g}{R_g + \Delta R_g \left(\frac{R_g}{R_f} \right)^2} \right) / \frac{\Delta l}{l}$$

Donc :

$$\frac{G' - G}{G} \times 100 = \left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta R_f}{R_f} \frac{R_g}{R_f}} - 1 \right) 100 \dots\dots (III.3)$$

Pour :

$$\frac{\Delta R_f}{R_f} = 0,5 \quad \text{et} \quad R_f = 100 \text{ M}$$

$$\frac{G' - G}{G} 100 = 2 \times 10^{-4} \%$$

Ce qui est négligeable.

L'ordre de grandeur de la résistance d'isolement :

En mesurant cette résistance pour 10 jauges, nous avons trouvé des valeurs supérieures à 10^{10} ohms pour chacune des 10 jauges. En conséquence, les variations dans cette résistance sous l'effet de l'humidité ne peuvent expliquer des dérives, de l'ordre du micro-allongement que si l'humidité les fait chuter à des valeurs beaucoup plus basses.

Des expériences ont été faites pour préciser l'effet de l'humidité en la mettant dans l'eau pendant une période donnée et la testant ensuite en atmosphère sèche. Au sortir de l'eau, la dérive et la résistance d'isolement du pont de jauges sont mesurées en fonction du temps. La Fig(III.1) représente la variation de la résistance d'isolement et la dérive d'un pont de quatre jauges après immersion dans l'eau pendant 24 heures. Les jauges ont des supports phénoliques et leur colle est également de type phénolique. Elles sont protégées avec les produits G K 1 et G K 3.

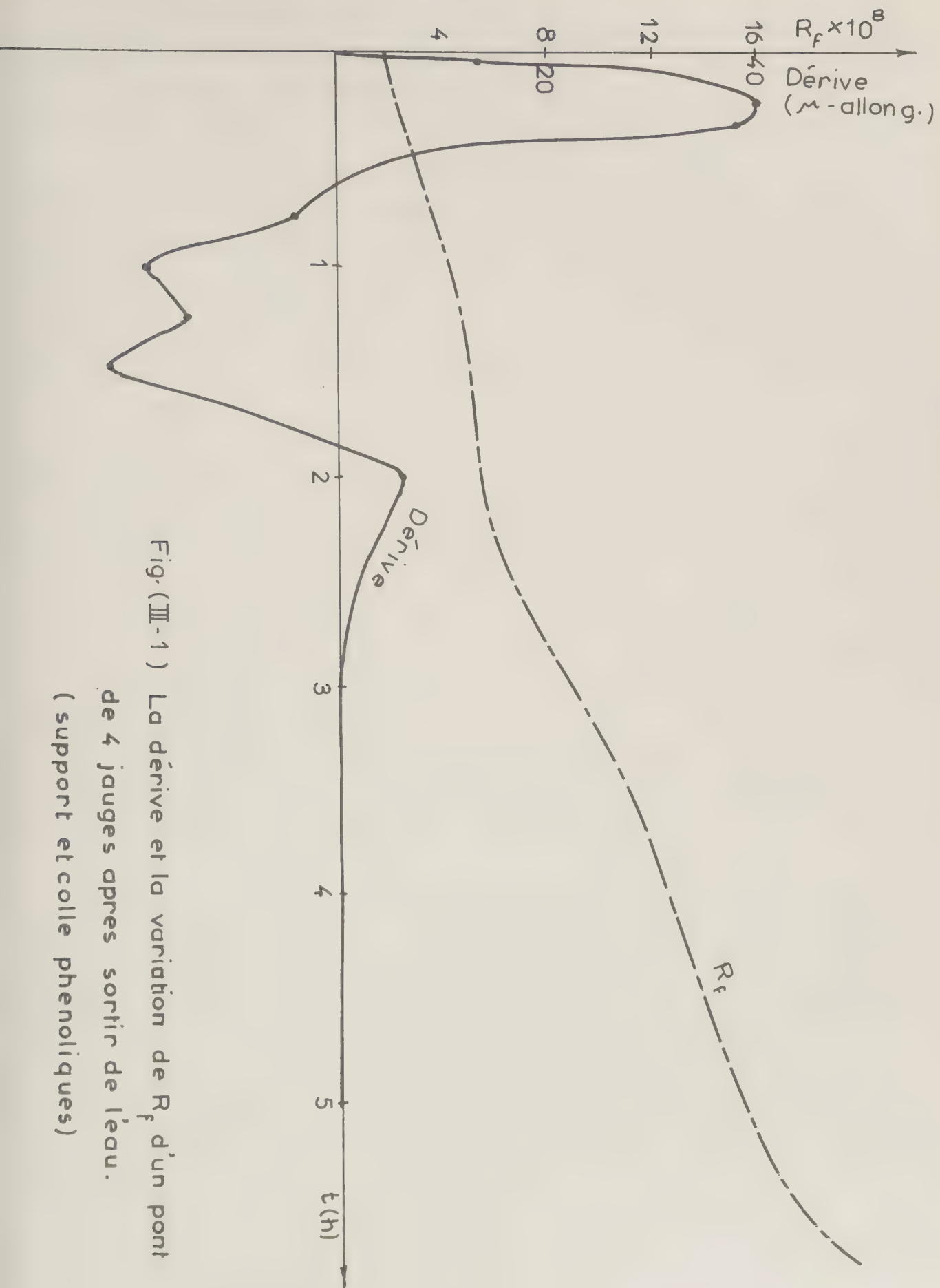


Fig. (III-1) La dérive et la variation de R_f d'un pont de 4 jauges après sortir de l'eau.
(support et colle phénoliques)

Les courbes de la Fig (III.2) sont relatives à un pont de deux jauges, après maintien dans l'eau pendant 3 jours. Les jauges ont des supports "polyimide" et leur colle est du type époxy. Elles sont également protégées par les produits G K 1 et G K 3.

On voit sur les courbes que, malgré les produits de protection, la résistance d'isolement chute effectivement après immersion à des valeurs bien plus basses qu'à sec. Il n'y a pas de corrélation bien évidente entre la dérive mesurée, et la remontée de la résistance d'isolement; mais ceci pourrait s'expliquer du fait que la dérive, si elle est d'origine électrique, est causée par les dissymétries de la résistance d'isolement.

En fait, la résistance d'isolement mesurée est tout de même restée toujours supérieure à $100 \text{ M}\Omega$ et, d'après les calculs du paragraphe précédent, ses variations sont donc insuffisantes pour expliquer des dérives atteignant 100 microallongements. Une explication d'ordre électrique des dérives sous l'effet de l'humidité doit donc être recherchée, non du côté de la résistance d'isolement, entre jauges et masse, mais du côté de la résistance d'isolement entre brins adjacents d'une même jauge. Cette dérive résistance correspond à la face supérieure de la jauge, et non plus à la traversée de l'épaisseur du support, elle est donc plus facilement accessible à l'humidité. Mais elle n'est pas mesurable directement, car elle est shuntée par la résistance beaucoup plus basse que la jauge elle-même.

Nous avons essayé de nous faire une idée de cette résistance et de ces variations en mesurant la résistance d'une jauge artificiellement coupée (par grattage local de la grille), puis recouverte d'une protection normale, et enfin exposée à l'humidité. Le résultat est négatif; la résistance mesurée aux bornes de la jauge, et qui est à peu près la résistance d'isolement entre deux brins adjacents de la grille, est restée toujours supérieure à $100 \text{ M}\Omega$. L'effet de l'humidité sur les jauges n'est donc pas du tout un effet d'origine électrique comme nous l'avions supposé au départ.

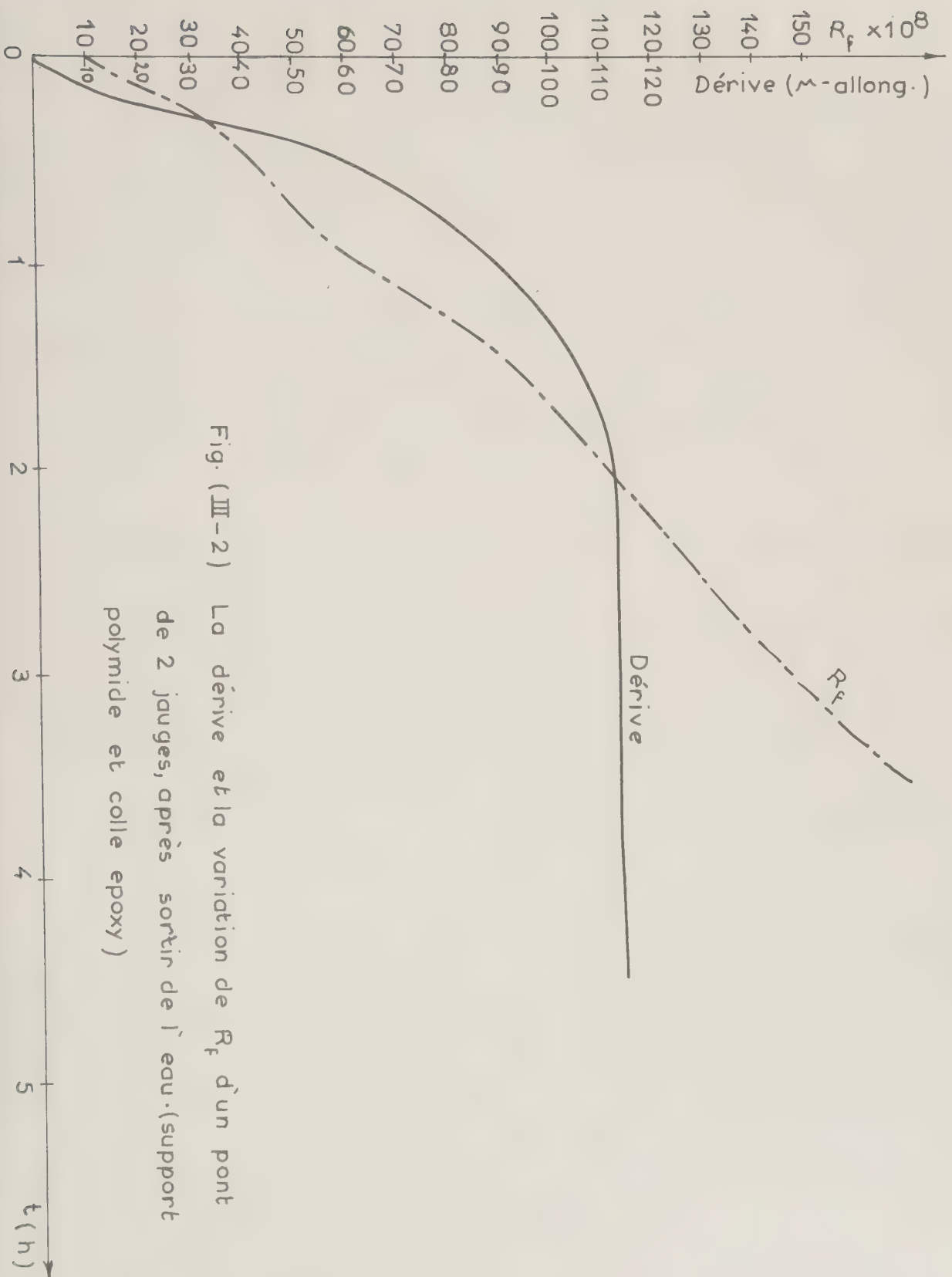


Fig. (III-2) La dérive et la variation de R_f d'un pont de 2 jauges, après sortir de l'eau (support polymide et colle epoxy)

III - 3 L'EFFET A COURT TERME DE L'HUMIDITE :

Pour essayer de la caractériser, nous avons procédé à trois types d'expériences.

A - L'effet du courant de la jauge :

Un capteur à jauges de contrainte inutilisé depuis un certain temps présente une dérive après mise sous tension. La chaleur dissipée par le courant d'excitation contribue à sécher le capteur et en même temps, dilate le support et la couche de protection. Les expériences ont montré que la constante de temps de ce genre de dérive est de l'ordre de quelques minutes. La Fig (III.3) décrit le cas d'un pont de deux jauges, avec film support et colle du type phénoliques. Le pont est précédemment exposé à l'humidité en le mettant au-dessous d'un récipient contenant de l'eau à 35°C pendant 24 heures. Le pont est alors testé en atmosphère sèche. L'expérience comprend 3 étapes :

- 1) L'excitation est très basse (0,2 V) , en attendant l'équilibre, la dérive est enregistrée.
- 2) L'excitation est augmentée (5V) et en conséquence, l'humidité doit être chassée.
- 3) L'excitation est ramenée à 0,2 V. La différence entre l'état final de la troisième partie de la courbe et l'état final de la première partie est une dérive que l'on peut attribuer à l'échappement de l'humidité. Cette valeur est montrée dans la figure par la distance (d).

Le pont se compose des deux jauges et de deux résistances massives dans un bain d'huile. Il est impossible d'avoir les deux résistances tout à fait identiques au point de vue thermique surtout en ce qui concerne leurs bornes. Un effet thermoélectrique existe, il est dû à la différence de température entre leurs bornes. Cet effet a une constante de temps de l'ordre de quelques minutes. La variation représentée par la troisième partie de la courbe est due à cet effet thermoélectrique (nous avons noté la même allure en coupant totalement l'excitation (Fig III.5).

La Fig (III.4) décrit un pont de 4 jauges avec supports et colle phénolique. Le pont est exposé à l'humidité ambiante, pendant quelques jours sans aucun courant d'excitation. Le pont est alors

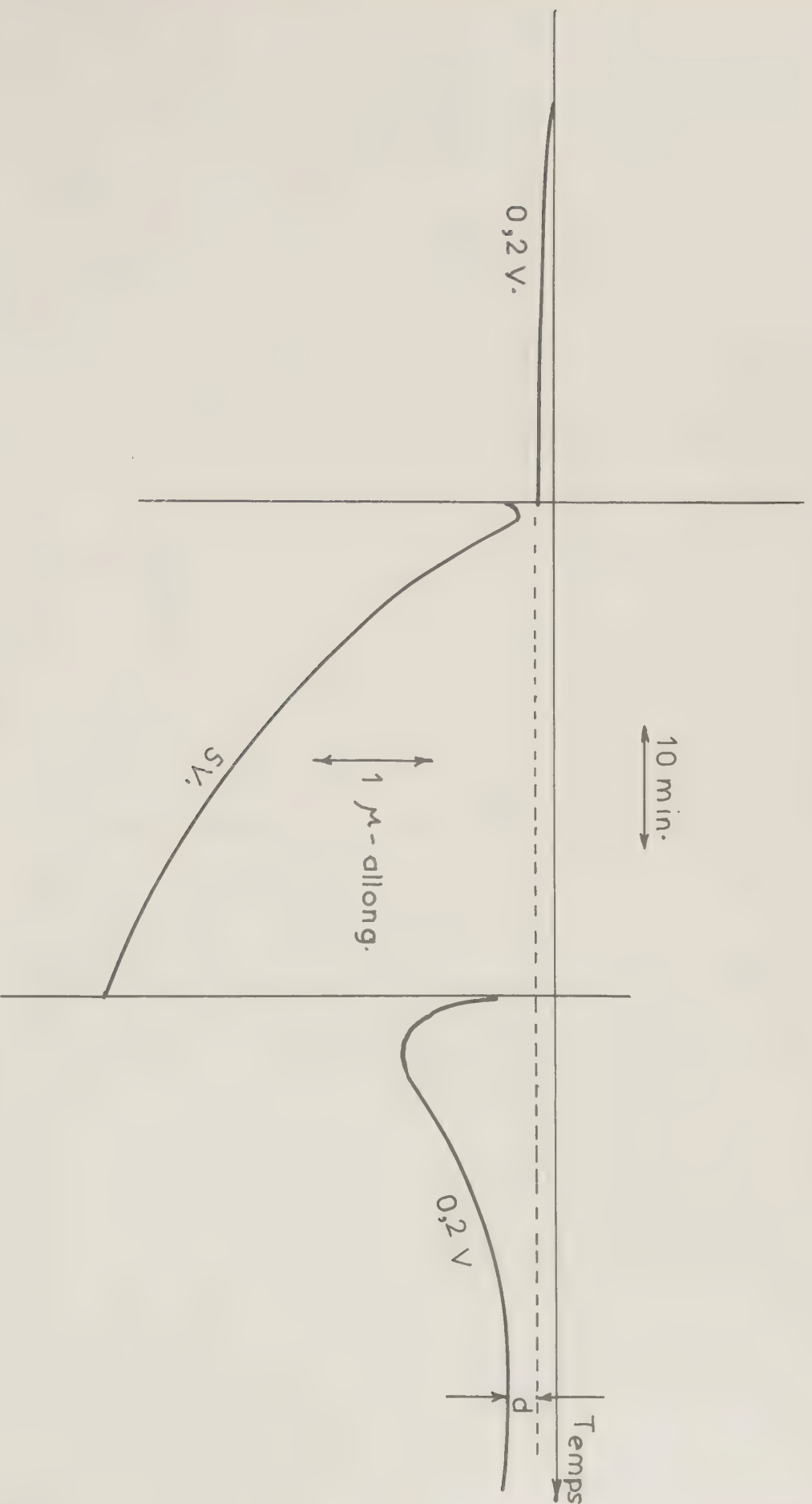


Fig. (III-3) La d r ive d'un pont de deux jauges après
exposé   l'humidité 24 heures

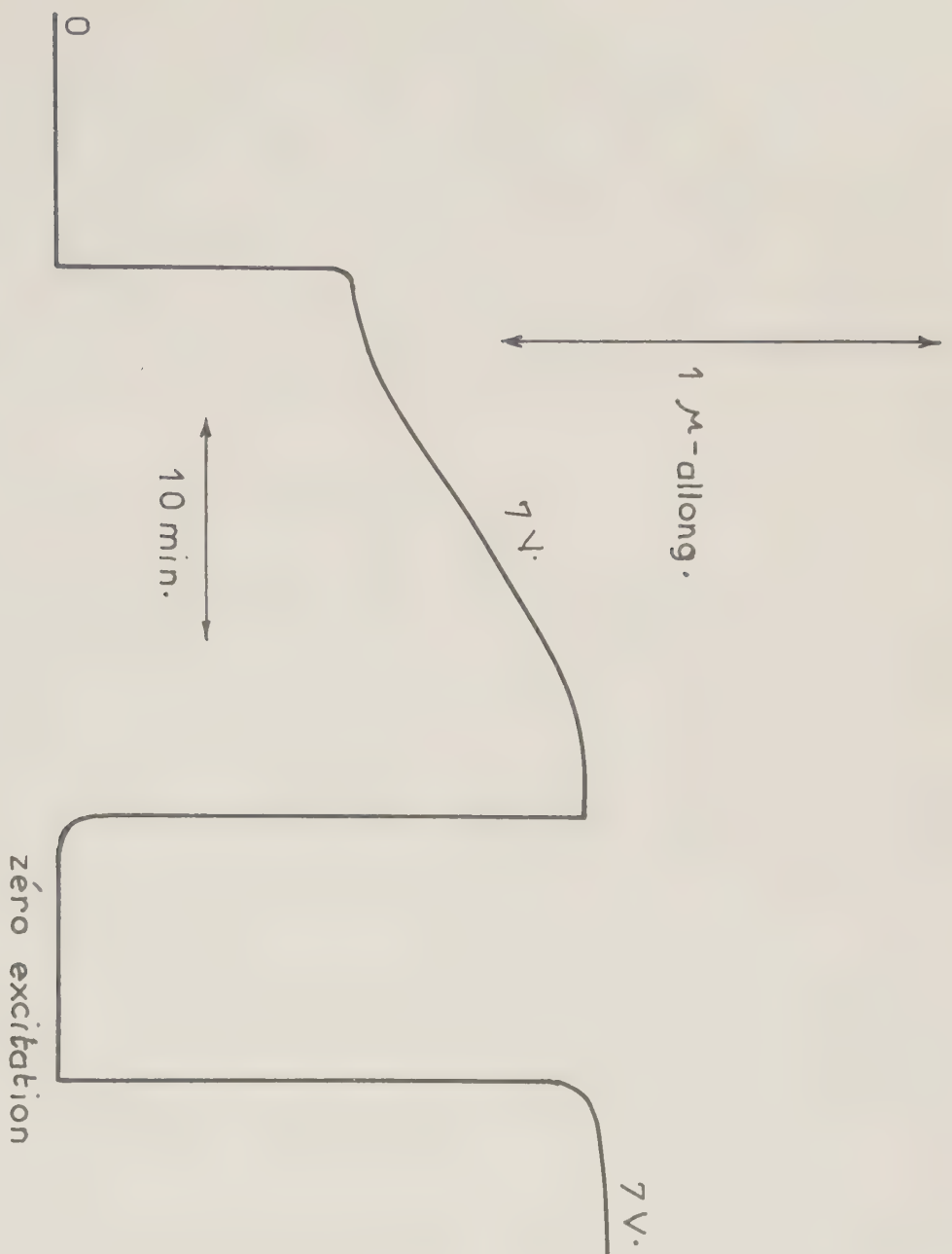


Fig. (III-4) L'effet du courant d'excitation

excité sous 7 volts et la dérive est enregistrée.

L'excitation est alors coupée pour quelques minutes et ensuite ramenée à 7 volts. Il est à noter que l'effet est à court terme, irréversible; en conséquence, il peut être attribué à l'humidité.

La figure (III.5) est relative au même pont que la Fig (III.3) Après que le pont soit resté un jour sans excitation, une tension de 5 volts est appliquée. Quand l'excitation est coupée, il existe une dérive qui ne peut pas être interprétée par un effet thermo-électrique (la deuxième partie de la courbe (a)). Pour la courbe (b) les deux résistances du pont sont parcourues par le même courant avant d'appliquer ce courant aux jauges et la dérive ainsi observée est probablement due seulement au seul séchage.

B - Cyclage thermique sous humidité contrôlée :

Il est possible de contrôler la pression partielle de vapeur d'eau au voisinage des jauges, en plaçant le pont de jauges dans une enceinte étanche, dont l'atmosphère est en équilibre avec une solution aqueuse d'acide sulfurique de concentration connue. La surface de contact entre solution et atmosphère doit être aussi grande que possible. Nous modifions la concentration par additions successives d'acide pur, (ou d'eau) par un petit tube qui traverse la paroi de l'enceinte.

Le degré hygrométrique de l'atmosphère, fonction de la concentration et de la température, est donné dans les tables. Il est rappelé dans le tableau ci-dessous, et représenté graphiquement (Fig III.6) pour une température de 25°C qui correspond à nos mesures, sauf indication contraire.

Densité	1	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35
% H ₂ SO ₄	0	7,44	14,15	21,00	27,05	33,33	39,91	44,8
% humidité	100,0	97,5	93,90	88,80	80,5	70,4	58,30	47,2

1,40	1,50	1,60
50,00	59,80	68,80
37,10	18,80	8,50

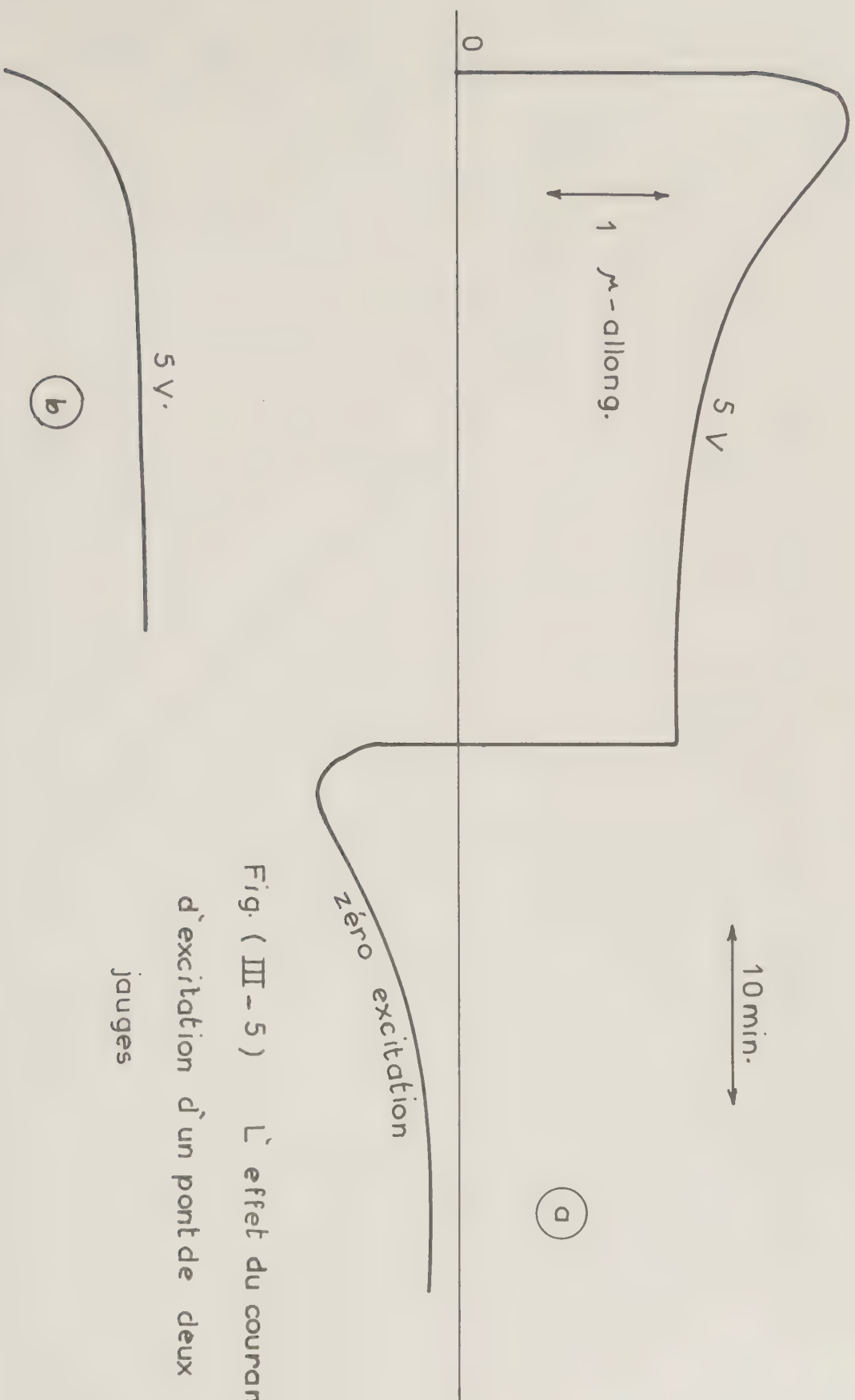


Fig. (III - 5) L'effet du courant
d'excitation d'un pont de deux
jauges

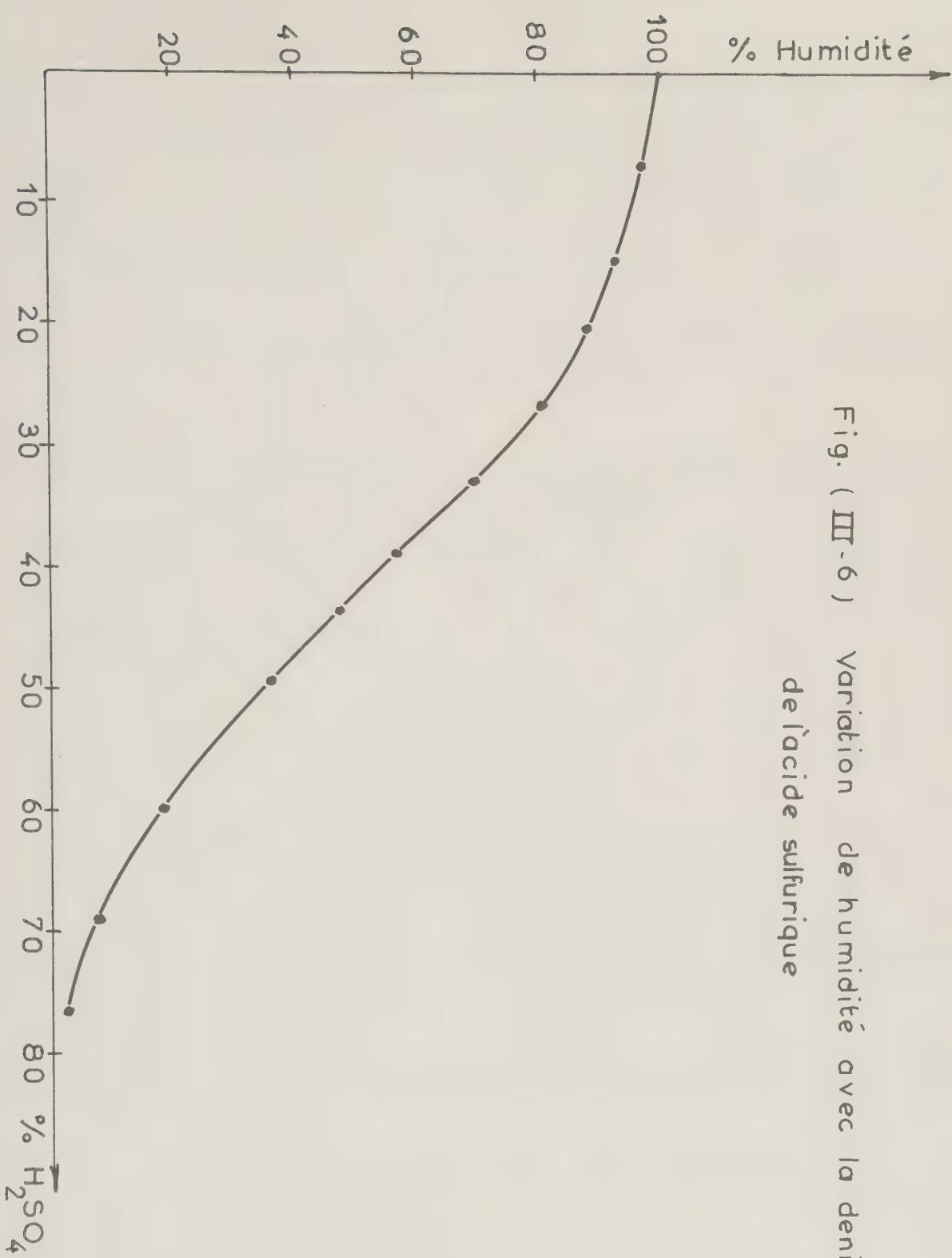


Fig. (III-6) Variation de humidité avec la densité de l'acide sulfurique

Les résultats d'un cycle thermique à humidité constante (83 %) sont donnés dans le tableau ci-dessous :

°C	16	19,75	22,65	24,6	27,4	16
V(μ V)	0	4	6,2	8	10,8	- 8
$\mathcal{E}$ app. μ - allongement	0	1	1,55	2	2,7	- 2

et représentés sur la Fig (III.7) ainsi que ceux obtenus pour les taux d'humidité relative différents.

C - Dérive due aux variations d'humidité sous température constante :

L'humidité est changée en agissant sur la concentration de l'acide. La température est maintenue constante (5°C au-dessus de l'ambiante). Les mesures sont effectuées deux heures après chaque changement de la densité, pour laisser un délai suffisant pour la stabilisation des jauges et de leur collage. Nous avons vérifié qu'après cette période la dérive n'est plus importante. L'excitation est de 5 volts. Le tableau suivant donne les résultats :

% $H_2 S O_4$	100	60	40	33,3	25	60
% humidité	0	18,8	58,3	70,4	83	18,8
dérive V(μ volt)	0	1,9	3,05	3,45	3,75	2,1
allong. app. m/m $\times 10^{-7}$	0	4,75	7,6	8,6	9,4	5,4

La courbe Fig (III.8) représente la dérive d'ue à l'humidité. Le pont utilisé se compose des deux jauges de 120 ohms et de deux résistances de 120 ohms aussi. Les jauges sont collées à la colle phénolique et protégées avec des produits G K 1 et G K 3. Il est à noter que les variations obtenues sont assez faibles et réversibles.

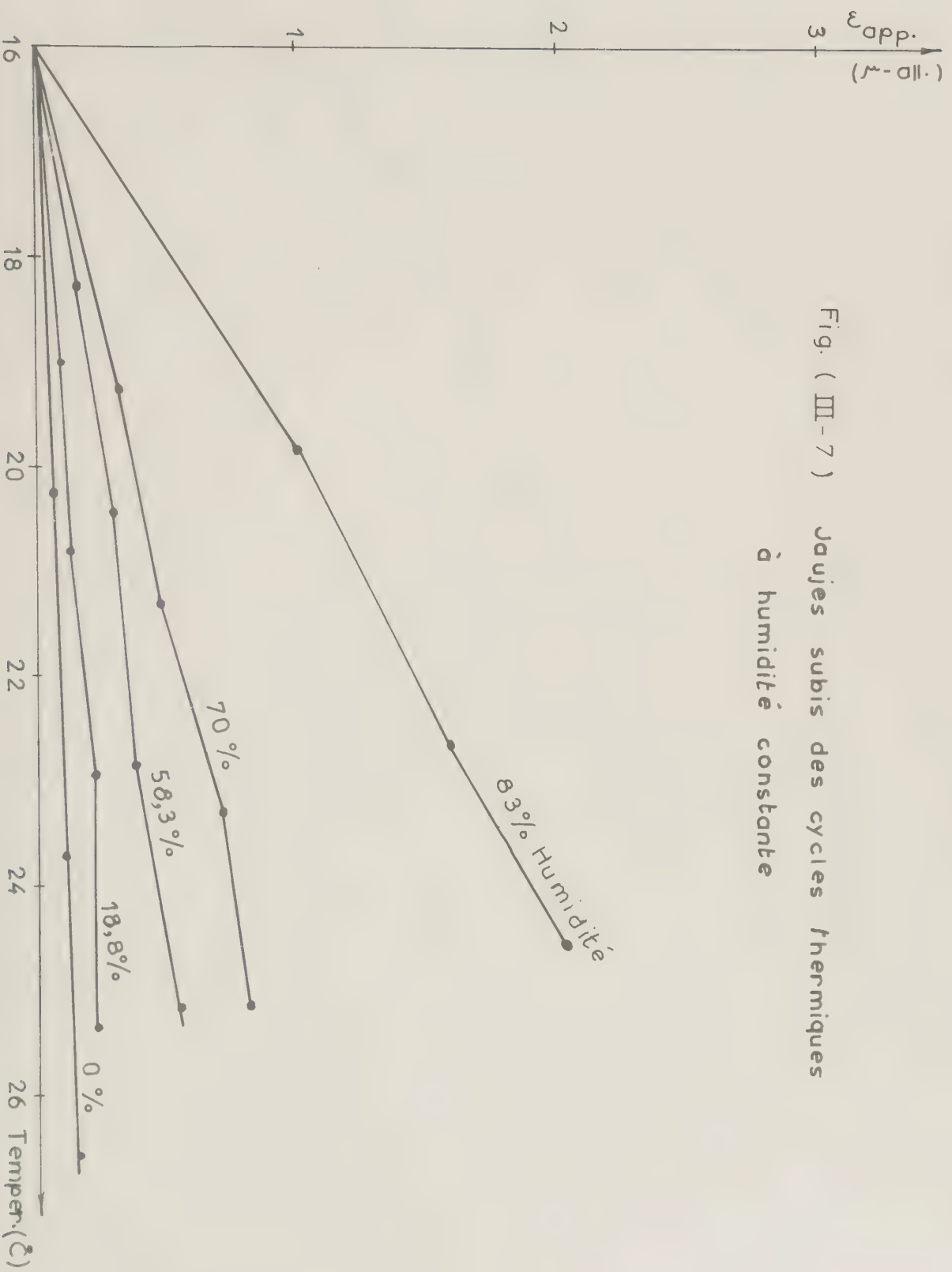
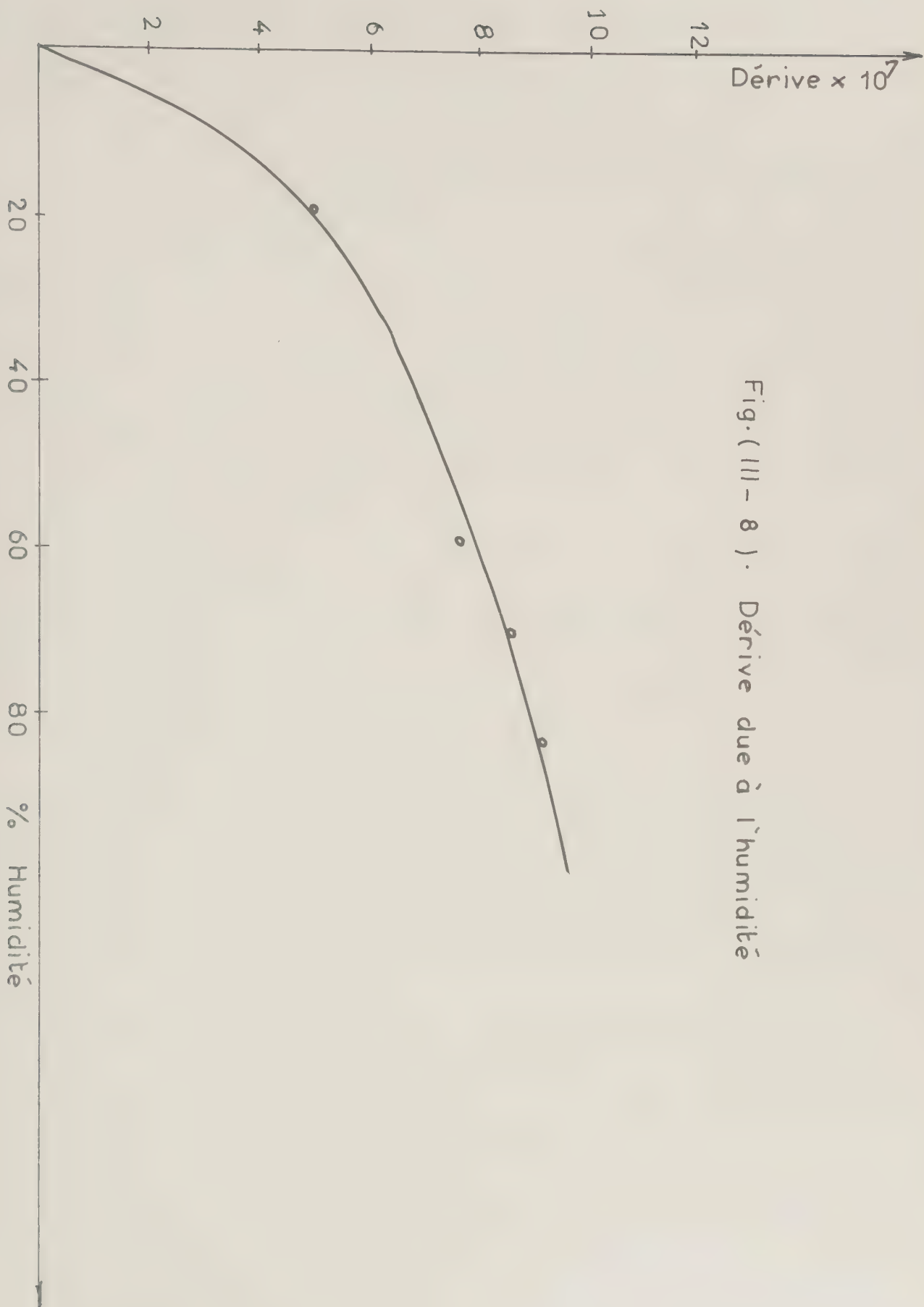


Fig. (III-7) Jauges subis des cycles thermiques
à humidité constante

Fig. (III - 8) . Dérive due à l'humidité



III - 4 EFFET DES RAYONNEMENTS NUCLEAIRES :

Les rayonnements nucléaires, en général, causent deux types de perturbations durables ou non, dans les composants électroniques :

- 1) - Diminution de la résistance des isolements
- 2) - Détérioration permanente des caractéristiques dûes à la dose de flux des neutrons rapides de rayonnement gamma reçue.

Les métaux et les céramiques ont un comportement bien meilleur que celui des plastiques et des semi-conducteurs⁽²⁷⁾. Sous des flux de doses atteignant 10^7 roentgens par seconde, la résistance d'isolement de tous les matériaux décroît rapidement. En supprimant le rayonnement, la résistance d'isolement des céramiques reprend à peu près sa valeur initiale après quelques micro-secondes mais celle des matériaux organiques n'y revient qu'après un temps qui peut atteindre plusieurs heures.

En conséquence, un capteur à jauges de contrainte qui serait constitué totalement de métal et de céramique aurait de bonnes chances de convenir dans une ambiance de rayonnements nucléaires intense. Mais, même pour des doses beaucoup moins importantes, le vieillissement des collages et films supports ordinaires, à base de matériaux organiques, est une source de dérive.

Une expérience a été faite pour évaluer qualitativement l'importance de l'effet des rayonnements. Une source LEYBOLD, radiation 5-10 μ .C, a été utilisée dans ce but. La source était placée à 2 cm d'une des jauges d'un pont à 2 jauges actives. La dérive par jour a été mesurée pendant 3 jours d'application de la dose, suivis de trois jours sans rayonnement, tous les autres facteurs étant maintenus constants.

La dérive par jour pendant 3 jours, sans l'application de la dose est de l'ordre de 0,42 micro-allongement.

La dérive par jour pendant les 3 jours, sans l'application de la dose est de l'ordre de 0,3 micro-allongement.

Ces dérives sont faibles à la limite de la dérive naturelle du montage, mais ils correspondent à une dose de rayonnement peu importante.

III - 5 DERIVE DUE AU DURCISSEMENT INCOMPLET DU COLLAGE :

Nous avons étudié dans tout ce qui précède, des jauges collées correctement, avec durcissement (à chaud) complet.

Dans cette section, nous étudions sommairement le comportement des jauges dont le collage est insuffisamment durci.

Nous avons noté les points essentiels suivants :

- 1) - Hystérésis important : après un cycle de charge appliquée au capteur, la variation résiduelle présente un hystérésis. Cet écart correspond à une déformation apparente pouvant atteindre 25 % de la déformation appliquée.
- 2) - Trainage important nécessitant une longue attente avant stabilisation de la résistance, au point de rendre toute mesure sérieuse impraticable.
- 3) - Grande valeur du coefficient apparent de température avec effets irréversibles.
- 4) - Grand décalage (hystérésis) après un cycle thermique.

Normalement, pour une jauge saine, il existe un peu de dérive après un cycle thermique, dûe apparemment à la variation de l'humidité pendant le cycle. Mais dans le cas d'une jauge dont le collage n'est pas complètement durci, ce décalage atteint couramment des valeurs dix fois plus fortes.

- 5) - La résistance d'isolement entre la jauge et le spécimen est anormalement faible.

Cet essai est très simple. L'humidité contenue dans la colle peut diminuer la résistance d'isolement et elle affecte aussi les propriétés mécaniques de la colle mais les variations de résistance peuvent, bien plus probablement, être attribuées à la réaction de polymérisation; WAREFIELD⁽²⁹⁾ a mesuré la résistivité. Il a noté aussi qu'une polymérisation rapide sous température élevée ne donne pas des résistivités plus grandes.

Nous avons noté qu'il y a grand avantage en pratique, à faire une deuxième cuisson qui améliore les caractéristiques. Cette deuxième cuisson a consisté à traiter le système pendant 2 heures à une température d'à peu près 30°C supérieure à la première. Dans cette deuxième cuisson, le poids qui servait pendant la première cuisson à maintenir la jauge bien serrée contre le bloc support est supprimé. Les avantages de la deuxième cuisson sont :

trainage et hystérésis réduits, et bonne linéarité de la jauge.

- 6) - Valeur anormalement basse de la sensibilité (facteur jauge); quand la colle est complètement dure, le facteur de jauge arrive à sa valeur maximum.

III - 6 CONCLUSIONS ET REMARQUES DIVERSES :

L'effet de l'humidité dépend de nombreux facteurs : le type de la colle, du film support, le degré de séchage de la colle et même du métal de la lame élastique. Nous avons noté que les jauges collées sur une lame d'acier sont plus affectées par l'humidité que celles collées sur une lame d'aluminium.

La résistance d'isolement pour les jauges sèches correctement collées est toujours supérieure à 10^{10} ohms. Cette résistance diminue sous l'effet de l'humidité. (jauges maintenues dans l'eau d'un jour jusqu'à 3 jours) jusqu'à de l'ordre de $10^8 \Omega$. Cette diminution n'explique pas l'ordre de grandeur des dérives observées. En conséquence, la dérive due à l'humidité vient probablement d'un effet mécanique (gonflement du collage ou du film support).

Le passage prolongé du courant d'excitation (sur un pont reste inutilisé pendant quelques jours) a pour effet de sécher les jauges. Ce type de dérive est inférieur à un micro-allongement pour des excitations normales, et a comme constante de temps quelques minutes. Ce type de dérive est bien irréversible (l'humidité ainsi chassée ne revenant que très lentement à froid) pour des temps d'interruption de l'ordre de quelques minutes.

Les transducteurs à performances élevées, non en service, doivent être conservés autant que possible, à l'abri de l'humidité. Il peut être avantageux de les maintenir sous tension.

Au montage, les jauges collées doivent subir une deuxième cuisson de stabilisation.

2ème partie

FACTEURS INTERNES

C H A P I T R E - IV -

LE FLUAGE ET L'HYSTÉRESIS DANS LES JAUGES COLLEES

IV - 1 INTRODUCTION -

Le fluage mécanique est la variation avec le temps de la déformation sous contrainte constante, ou au contraire, c'est la variation de la contrainte nécessaire pour maintenir la déformation constante (relaxation). Par analogie, nous appelons fluage la variation progressive de résistance des jauges (notée à la sortie de l'enregistreur) après l'application d'une charge constante, ou après sa suppression. Ce phénomène est une combinaison complexe des propriétés de la jauge, de la colle, de l'agent de protection, du film support et du spécimen. On peut se demander, en ce qui concerne le pont de jauges proprement dit, s'il s'agit d'un phénomène purement mécanique (fluage, au sens usuel du terme, du métal de la jauge), ou s'il existe un effet proprement électrique (évolution dans le temps de la résistivité du métal de la jauge, sous contrainte constante). Pour des jauges correctement utilisées, et pour la plupart des applications, le fluage reste un petit effet. Cet effet prend tout de même une assez grande importance dans certaines applications, par exemple lorsqu'on veut utiliser les jauges pour étudier l'hystérésis élastique d'un échantillon, ou encore pour l'utilisation dans des dynamomètres de précision. Dans ce dernier cas, à cause du fluage des jauges, si une charge constante est appliquée, la cellule dynamométrique indique une charge apparente variable.

Le phénomène est encore plus dangereux quand de telles cellules sont utilisées pour mesurer la relaxation des contraintes dans un échantillon sous déformation constante, auquel cas, l'erreur peut atteindre 100 %. C'est pourquoi, il est nécessaire d'étudier le phénomène de manière un peu détaillée.

La terminologie utilisée dans la littérature, à propos des écarts à la loi de Hooke (anélasticité) varie d'un auteur à l'autre. C'est pourquoi, il est nécessaire d'essayer de la clarifier, de manière d'ailleurs passablement arbitraire. C'est le but de la section 2 du présent chapitre.

Afin de déterminer l'effet de la lame élastique utilisée comme spécimen, des lames différentes munies de ponts de jauge autant que possible identiques ont été comparées.

Des expériences ont été faites d'abord sur des lames d'aluminium (99,9 % de pureté). Les résultats expérimentaux correspondants sont donnés dans la section 3.

Le fluage de cellules dynamométriques de la machine d'essais de matériaux INSTRON a été mesuré et leurs courbes de fluage ont été analysées, en cherchant à les représenter par une somme d'exponentielles. Ce travail et la détermination des constantes sont exposées dans la section 4. La section 5 est consacrée aux résultats expérimentaux sur le fluage des jauges collées sur des lames d'acier simple au carbone avec et sans traitement thermique préalable. La section 6 sert de conclusion au présent chapitre.

IV - 2 DEFINITIONS ET REMARQUES PRELIMINAIRES :

Le plus simple, pour définir les différentes composantes de la déformation, est de se référer à la figure (IV.1) qui représente une courbe déformation/temps idéale, lors de l'application d'un cycle de charge et décharge brusques.

La composante 1 sur la figure représente l'allongement brusque immédiat, consécutif à l'application de la charge. Lors de la décharge, la contraction correspondante du spécimen est représentée par 2, qui en général, diffère de 1. Nous réservons le terme

d'allongement élastique à la composante 2 : c'est la partie de l'allongement immédiat qui est réellement réversible, immédiatement récupérable à la décharge.

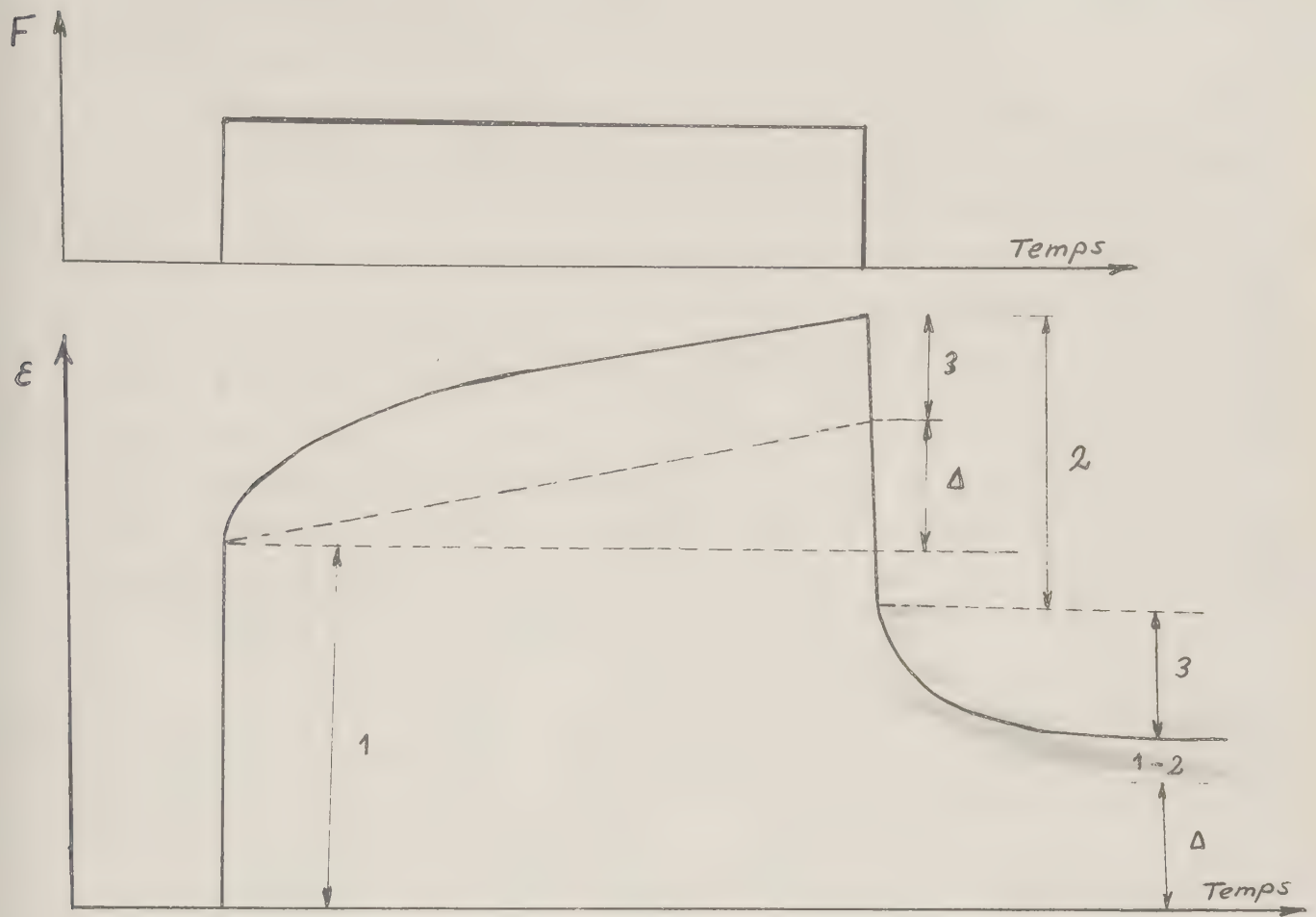


Fig. (IV.1)

Notion des composantes d'allongement.

1 $\equiv$ l'allongement brusque à la charge

2 $\equiv$ la composante élastique

$\Delta \equiv$ la composante plastique

1-2 = l'hystérésis

3 = la composante anélastique.

La différence 1-2 correspond à l'hystérésis proprement dit : l'hystérésis est donc la partie non réversible de l'allongement immédiat.

Après décharge, et même au bout d'un temps infini, l'échantillon conserve un allongement résiduel, parfois appelé allongement

plastique. Nous préférons séparer l'effet de l'hystérésis et réserver le nom d'allongement plastique à la quantité restante .

L'allongement permanent ne s'établit pas immédiatement à sa valeur définitive après décharge, mais évolue au cours du temps. La composante correspondante, notée 3 sur la figure sera appelée composante anélastique. Un régime similaire s'établit après la mise en charge, (fluage transitoire) mais il est ordinairement suivi d'une évolution plus ou moins linéaire sous charge constante (fluage permanent : la courbe de déformation continuera à monter au lieu de présenter un plateau). On peut aussi envisager le cas d'un échantillon maintenu sous extension constante. La force qu'il exerce sur ses appuis diminue ordinairement au cours du temps et ceci constitue le phénomène de relaxation. Toutes les définitions ainsi données s'appliquent strictement aux effets mécaniques (déformations vraies). On peut, en les appliquant aux allongements apparents mesurés avec un pont de jauge, les transposer telles que à l'évolution de la résistance des jauges.

De toute façon, la réalité est toujours plus complexe que ne le laisse apparaître le problème précédent, ne serait-ce qu'à cause des forces d'inertie; il n'est pas toujours possible de séparer clairement les différentes composantes, lors d'une série d'expériences, et c'est pourquoi la terminologie employée ne peut pas toujours être rigoureuse. Il faut noter que les effets d'anélasticité, très importants au-dessus de la limite élastique, au sens usuel du terme, ne disparaissent jamais complètement au-dessous de cette limite si on prend la peine de les mesurer par des méthodes adéquates. Au sens strict du terme, il n'y a jamais de véritable limite élastique. La limite élastique usuelle n'est qu'une notion approximative, il s'agit de la limite au-delà de laquelle les divers effets anélastiques deviennent très importants. Même en dessous de cette limite, les courbes contrainte/déformation ne sont même pas exactement linéaires et la loi de Hooke n'est jamais rigoureuse. Les jauges de contrainte sont, en principe, toujours utilisées notablement au-dessous de cette limite élastique. Nous nous intéressons particulièrement ici aux trois composantes : anélastique, plastique, et hystérésis. De plus, il serait important de pouvoir déterminer pour chacune des composantes, ainsi observées, les parts respectives de la jauge proprement dite, de son films support, son collage, et le bloc échantillon.

- La composante anélastique :

En régime alternatif ou tout au moins périodique, la valeur de cette composante peut être décrite par la mesure du "défaut de module"

$$\Delta E = \frac{E_u - E_r}{E_r}$$

où

E_u = le module élastique mesuré lors d'un essai suffisamment rapide.

E_r = le module élastique mesuré lors d'un essai très lent appelé aussi module "relaxé".

Il apparait corrélativement une dissipation d'énergie dans l'échantillon qui se manifeste principalement aux vitesses (ou fréquences) intermédiaires, sous le nom de frottement interne. Tous ces phénomènes peuvent être causés (Zener⁽³⁰⁾) par toute une série de mécanismes différents : déplacements de joints de grains, déplacements de joints de macles, réarrangements d'atomes d'impuretés, diffusion de chaleur (effet thermoélastique), magnétostriction, etc...

Tous ces mécanismes ont en commun de se traduire par une évolution retardée d'un ou plusieurs des paramètres définissant l'état du système, à l'échelle macro ou microscopique. A chacun de ces mécanismes correspond une constante de temps τ (ou temps de relaxation, ordinairement fonction de la température).

Lors de l'application d'un incrément σ de contrainte chacun de ces mécanismes engendre une composante d'allongement inélastique, ou allongement retardé, de la forme :

$$\varepsilon_a = \varepsilon_e \Delta E (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

où ε_e est l'incrément d'allongement élastique, et ΔE le "défaut de module".

Dans le cas où la relaxation est d'origine thermique (effet thermoélastique), le temps de relaxation est donné par ZENER⁽³⁰⁾ sous la forme :

$$\tau = a^2/D$$

où d est la distance parcourue par le flux thermique pour établir l'équilibre en température.

D est le coefficient de diffusion thermique (la conductibilité thermique λ divisée par la chaleur spécifique volumique ρC_p).

Donc l'allongement total (élastique et anélastique) peut être donné par :

$$\begin{aligned} \varepsilon_e + \varepsilon_a &= \frac{\sigma}{E} + \sum_i \frac{\sigma}{E} \Delta E_i (1 - e^{-t/\tau_i}) \\ &= \frac{\sigma}{E} \left[1 + \sum_i \Delta E_i (1 - e^{-t/\tau_i}) \right] \dots\dots (IV.3) \end{aligned}$$

Il est à noter que le matériau se comporte de façon analogue à un système mécanique composé d'un ressort en série avec la combinaison d'un amortisseur et d'un deuxième ressort en parallèle. En présence d'hystérésis consistant en un allongement abrupt lors de l'application de la charge, ce dernier peut être représenté dans l'analogie mécanique par un seuil.

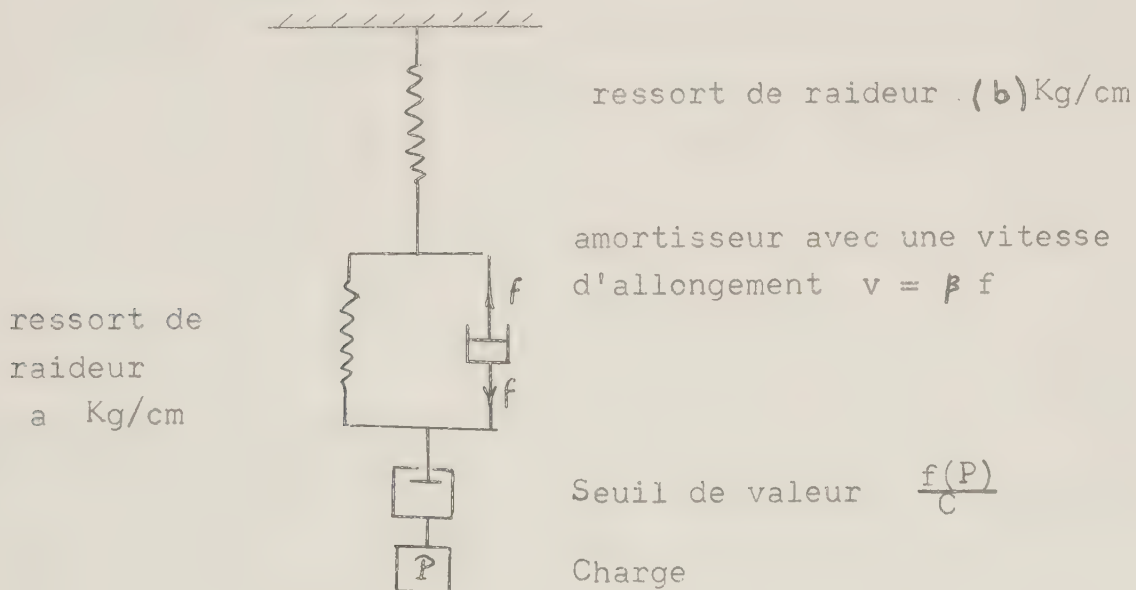


Fig. (IV.2)

Modèle mécanique du comportement anélastique.

Si une charge P est appliquée rapidement au modèle (Fig.IV.2), le ressort supérieur s'allonge immédiatement d'une quantité $(\frac{P}{b})$ cm. C'est l'analogie de l'allongement élastique $(\frac{\sigma}{E})$ dans l'équation (IV.3). Dans le seuil, il existe un déplacement immédiat $\frac{f(P)}{C}$ qui ne disparaît pas à la décharge. Ce déplacement représente l'hystérésis h .

Le ressort inférieur ne peut pas s'allonger immédiatement car l'amortisseur doit s'allonger avec lui.

En conséquence, la charge appliquée au ressort inférieur augmente de zéro (à $t = 0$) jusqu'à atteindre la charge totale P quand l'amortisseur a fini de s'allonger.

L'allongement total δ varie donc avec le temps suivant l'équation :

$$\delta = \frac{P}{b} + \frac{f(P)}{C} + \frac{P}{a} (1 - e^{-\beta at}) \dots\dots\dots (IV.4)$$

$$\beta a \text{ correspond à } \frac{1}{\tau}$$

Par ailleurs, selon LUBAHN⁽³¹⁾, la composante anélastique peut s'exprimer, de manière purement empirique, par un minimum de quatre termes, avec des constantes de temps différentes :

$$\begin{aligned} \epsilon_a &= \epsilon_e \left[\alpha_1 (1 - e^{-t/\tau_1}) + \alpha_2 (1 - e^{-t/\tau_2}) + \dots + \right. \\ &\quad \left. \alpha_n (1 - e^{-t/\tau_n}) \right] \\ &= \epsilon_e \sum_i \alpha_i (1 - e^{-t/\tau_i}) \dots\dots\dots (IV.5) \end{aligned}$$

- La composante plastique :

D'après LUBAHN⁽³¹⁾ le fluage plastique évolue proportionnellement au temps, et à σ^n (l'exposant n est supérieur à 1 et est une fonction croissante de la température). On peut souvent en pratique, définir une limite de fluage plastique comme étant la contrainte au-dessous de laquelle l'allongement plastique au bout d'un temps donné, peut être considéré comme négligeable devant l'allongement anélastique durant le même temps.

Résumé : Les différents types d'allongements peuvent se résumer dans ce qui suit :

1 - Elastique : instantané et réversible

a) anélastique = somme d'exponentielles en $e^{-\frac{t}{\tau}}$
proportionnel à σ et réversible.

2 - Fluage :

b) plastique : proportionnel à t et à σ^n , non réversible.

3 - Hystérésis : instantané et non réversible.
Correspond à la déformation plastique au sens usuel du terme (déformation plastique instantanée).

IV - 3 LES RESULTATS EXPERIMENTAUX DES JAUGES COLLEES SUR DES LAMES D'ALUMINIUM :

Des jauges autocompensées pour utilisation sur aluminium (fabricant 4 M) ont été testées en utilisant l'appareil déjà décrit au chapitre II , page (42). Les allongements des jauges ont obtenus en accrochant différentes charges à l'extrémité libre du levier. La température est maintenue constante pendant ces expériences. L'enceinte qui contient l'appareil est maintenue fermée pour éviter les variations d'humidité.

Les essais sont conduits comme suit :

- a - Aucune charge n'est accrochée. On équilibre le pont des jauges, de manière que le signal de sortie du nanovoltmètre soit nul avec une sensibilité élevée (pleine échelle). Le zéro de l'enregistreur est ajusté au milieu de l'échelle.
- b - La sensibilité est réduite à 1/100 de sa valeur initiale et la charge est accrochée.
- c - La tension de sortie du nanovoltmètre est ramenée à peu près à zéro par réglage de la contre tension intérieure (décalage du zéro).
- d - La sensibilité est ramenée à sa valeur initiale, et la tension de sortie réglée exactement à zéro. (décalage fin du zéro).

La courbe enregistrée à partir de cet instant est celle du fluage. Les étapes b à d doivent être franchies le plus rapidement possible pour éviter de perdre le début de la courbe.

On doit poursuivre l'expérience pendant un temps suffisant pour que la composante anélastique se stabilise.

e - La sensibilité est diminuée à $1/100$ de sa valeur précédente et l'appareil est déchargé.

f - Le zéro du nanovoltmètre est réglé à nouveau.

g - La sensibilité est augmentée de nouveau et le zéro réglé de manière à repartir, sur l'enregistreur, de la fin de la courbe précédente (le point A Fig IV.4). A partir de cet instant, la courbe enregistrée sera donc, celle du fluage à la décharge (relaxation du fluage). Les étapes e à g doivent être franchies le plus rapidement possible. Il faut néanmoins, à la charge comme à la décharge, opérer avec un minimum de soin, et le temps nécessaire à la succession des manoeuvres peut atteindre 5 sec. Il y a là une source d'erreur dans la courbe de relaxation du fluage, l'évolution du début est rapide.

On peut, en sacrifiant l'enregistrement de relaxation du fluage, à la mise en charge, obtenir une meilleure précision sur la courbe de décharge en opérant comme suit :

a - Le pont est initialement équilibré, le nanovoltmètre et l'enregistreur sont réglés au zéro, avec la sensibilité la plus élevée.

b - La sensibilité est diminuée à $1/100$ de sa valeur initiale; on accroche la charge et on attend une durée convenable.

c - L'appareil est déchargé, et la sensibilité est ramenée à sa valeur initiale. La courbe enregistrée est celle du fluage et la décharge.

Résultats : La Fig (IV - 3) donne la courbe de fluage due à une charge donnant un allongement élastique de 150 micro-allongement. Les jauges utilisées ont des résistances de 120Ω (le fabricant 4M) et la colle est de type phénolique. La section de la poutre est 20×5 mm. La valeur maximum de ce fluage atteint 7,6 micro-allongement

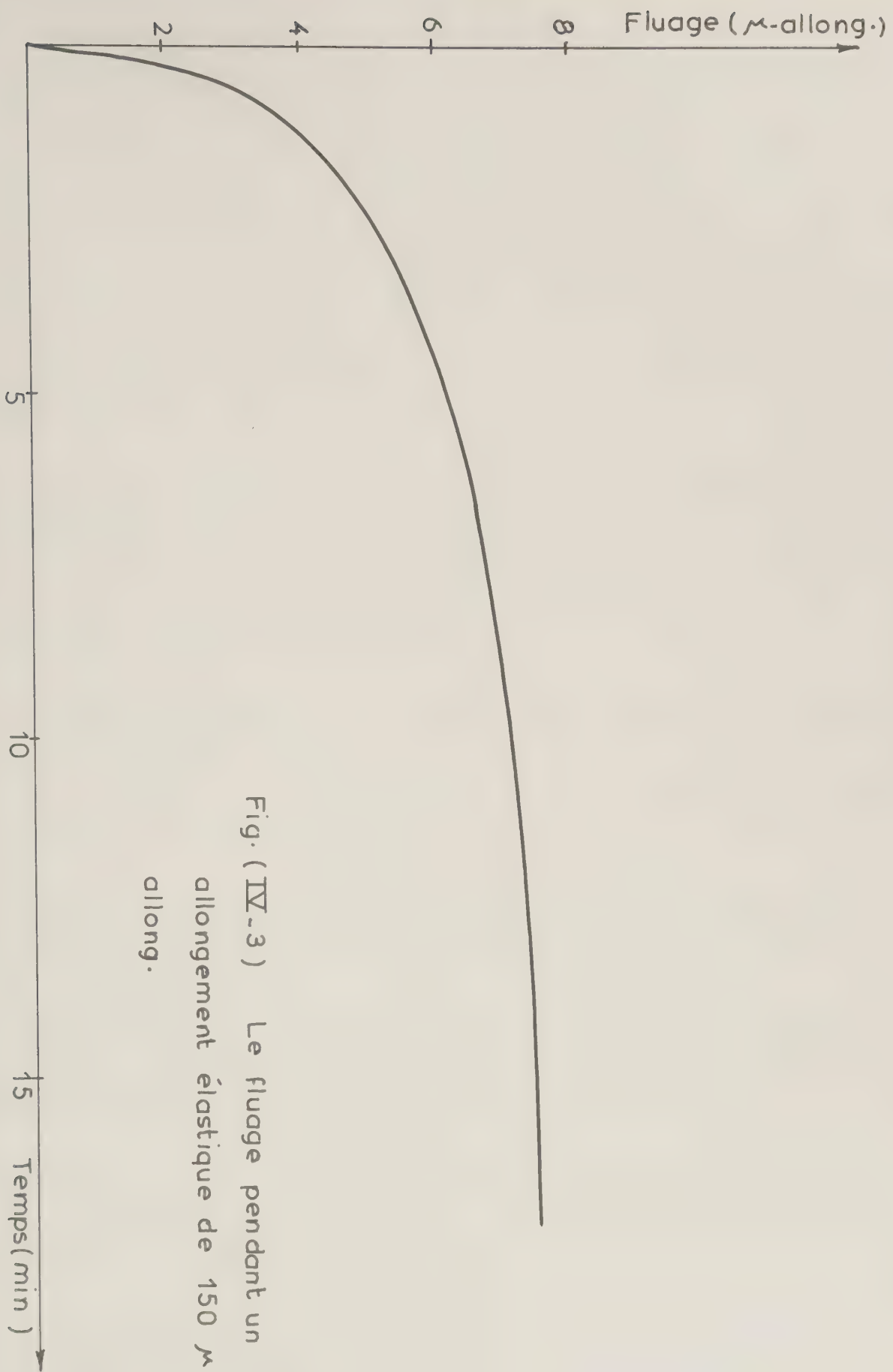


Fig. (IV-3) Le fluage pendant un
allongement élastique de 150 μ -
allong.

après une durée de charge de 15 minutes. Il atteint donc 5 % en valeur relative. L'allure de la partie finale de cette courbe est grossièrement rectiligne. Ceci correspondrait à une composante anélastique finie, le fluage ultérieur étant le fluage plastique, (proportionnel au temps). Le taux de fluage plastique, (proportionnel au temps). Le taux de fluage plastique ainsi évalué est de l'ordre de $0,1 \times 10^{-6}/\text{min}$. Son appréciation est très subjective, il faudrait pour affirmer avec certitude l'existence d'un fluage plastique, dans ce temps d'expérience, attendre beaucoup plus longtemps, en reprenant périodiquement le zéro du nanovoltmètre pour éliminer sa dérive propre.

La courbe de la Fig (IV.4) représente le fluage pendant et après application d'une charge correspondant également à 150μ - allongement élastiques. La courbe donne encore un taux de fluage plastique $\approx 0,1 \times 10^{-6}/\text{min}$, comme pour la courbe de Fig (IV.3). Le fluage anélastique a atteint une valeur maximale de $3,2 \mu$ allongement, après une durée de 13 minutes.

Dans cette figure, la courbe 1 (OAB) correspond au signal de sortie de l'enregistreur.

La courbe 2 reproduit la deuxième partie de la courbe 1 (décharge) mais renversée.

La courbe 3 est obtenue en soustrayant les ordonnées de la courbe 2 de celles de la courbe 1, ce qui donne à peu près une ligne droite sauf au début.

La courbe 4 est une ligne droite parallèle à la courbe 3 passant par l'origine. La courbe 4 représente le fluage plastique dont elle confirme l'existence et permet une mesure assez précise :

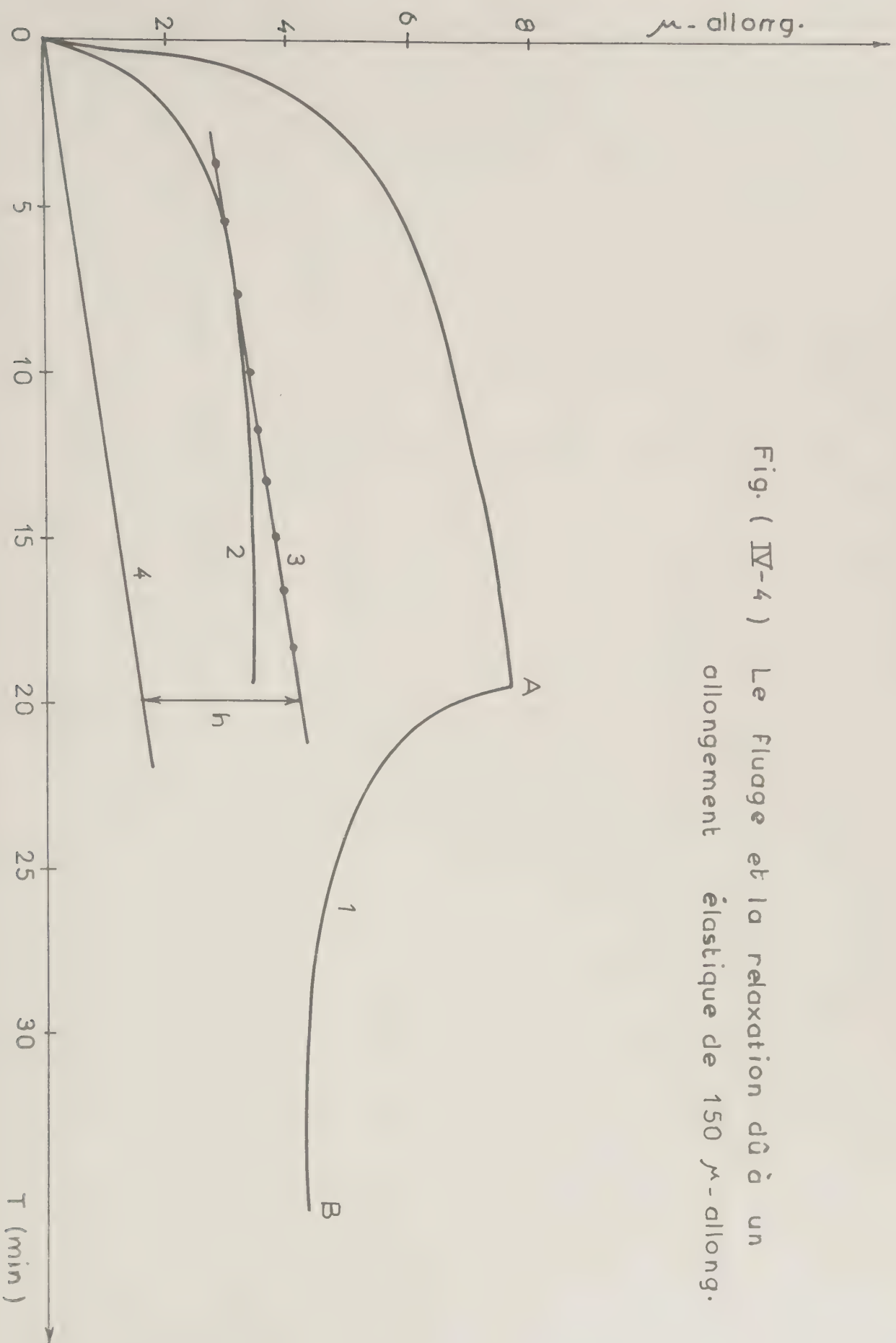
$$\dot{\epsilon} = 0,115 \cdot 10^{-6}/\text{min}$$

La différence entre les courbes 3 et 4 (hauteur h) représente la valeur de l'hystérésis soit $2,7 \cdot 10^{-6}$, environ 2 % du signal correspondant à la déformation élastique.

A cause de l'erreur sur la position du point A (manoeuvres de passage de la charge à la mesure en décharge), la valeur réelle du fluage anélastique doit être un peu plus élevée que celle mesurée et la valeur réelle de l'hystérésis un peu plus basse que celle mesurée.

Les courbes de la Fig (IV.5) sont semblables à celles de la

Fig. (IV-4) Le fluage et la relaxation dû à un
allongement élastique de 150 μ -allong.



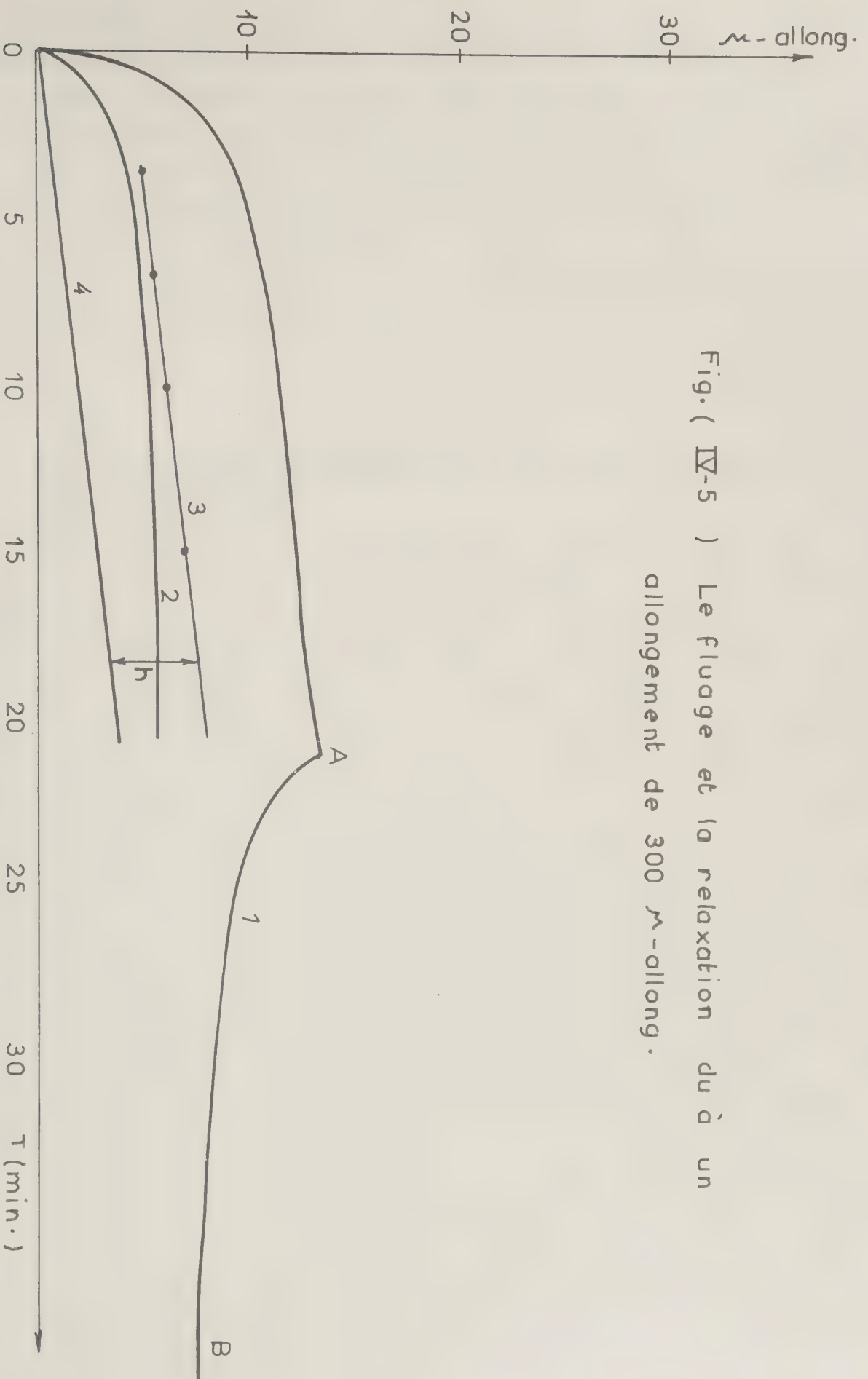


Fig. (IV-5) Le fluage et la relaxation du à un allongement de 300 μ -allong.

Fig (IV.4), mais sont relatives à une décharge donnant 300 micro allongement élastique. La courbe 4 de cette figure donne pour le taux de fluage plastique une valeur de 0,176 micro-allongement/mn. La valeur maximum du fluage anélastique est de 5,6 micro-allongement, un peu moins du double de la valeur obtenue pour 150 μ -allongement élastiques. L'exposant n de la relation empirique classique $\dot{\epsilon} = \sigma^n$ est donc ici inférieur à l'unité.

La Fig (IV.6) donne le fluage et la relaxation dûs à une charge donnant 450 μ allongement élastiques.

IV - 4 LES RESULTATS EXPERIMENTAUX DES JAUGES DES CELLULES DE LA MACHINE INSTRON :

Des expériences ont été faites dans le même but que les précédentes, sur les cellules dynamométriques de la machine d'essais INSTRON. Il s'agit là de capteurs dynamométriques commerciaux de construction extrêmement soignée, en vue de mesures statiques précises. Leur construction résulte d'une longue expérience pour obtenir le meilleur compromis possible entre fidélité et sensibilité. En mesurant leurs "défauts" nous aurons à la fois une idée des performances pratiques des meilleurs capteurs du commerce, et aussi un élément de comparaison avec nos propres montages (qualité des collages et du montage mécanique). Les cellules essayées sont celles des types A et B (50 g et 2 kg de charge maximum); ces cellules utilisent comme élément élastique encastrée à une extrémité, travaillant en flexion, la tige d'application de la charge étant articulée librement pour la cellule A₁ et guidée par deux diaphragmes circulaires très minces pour la cellule B. Ces cellules ne sont pas thermostatées, mais un boîtier métallique massif (5 à 10 Kg suivant le type) leur assure, grâce à son inertie thermique, une très bonne stabilité d'ambiance.

Pour des raisons de commodité et de mise en charge, nous n'avons enregistré que les courbes d'évolution à la décharge. Nous avons jugé intéressant d'analyser les courbes obtenues et de déterminer leurs équations analytiques, sous forme de somme d'exponentielles, ZENER⁽³⁰⁾ et après lui LUBAHN⁽³¹⁾ ont donné une méthode pratique pour l'obtention de ce type d'équations.

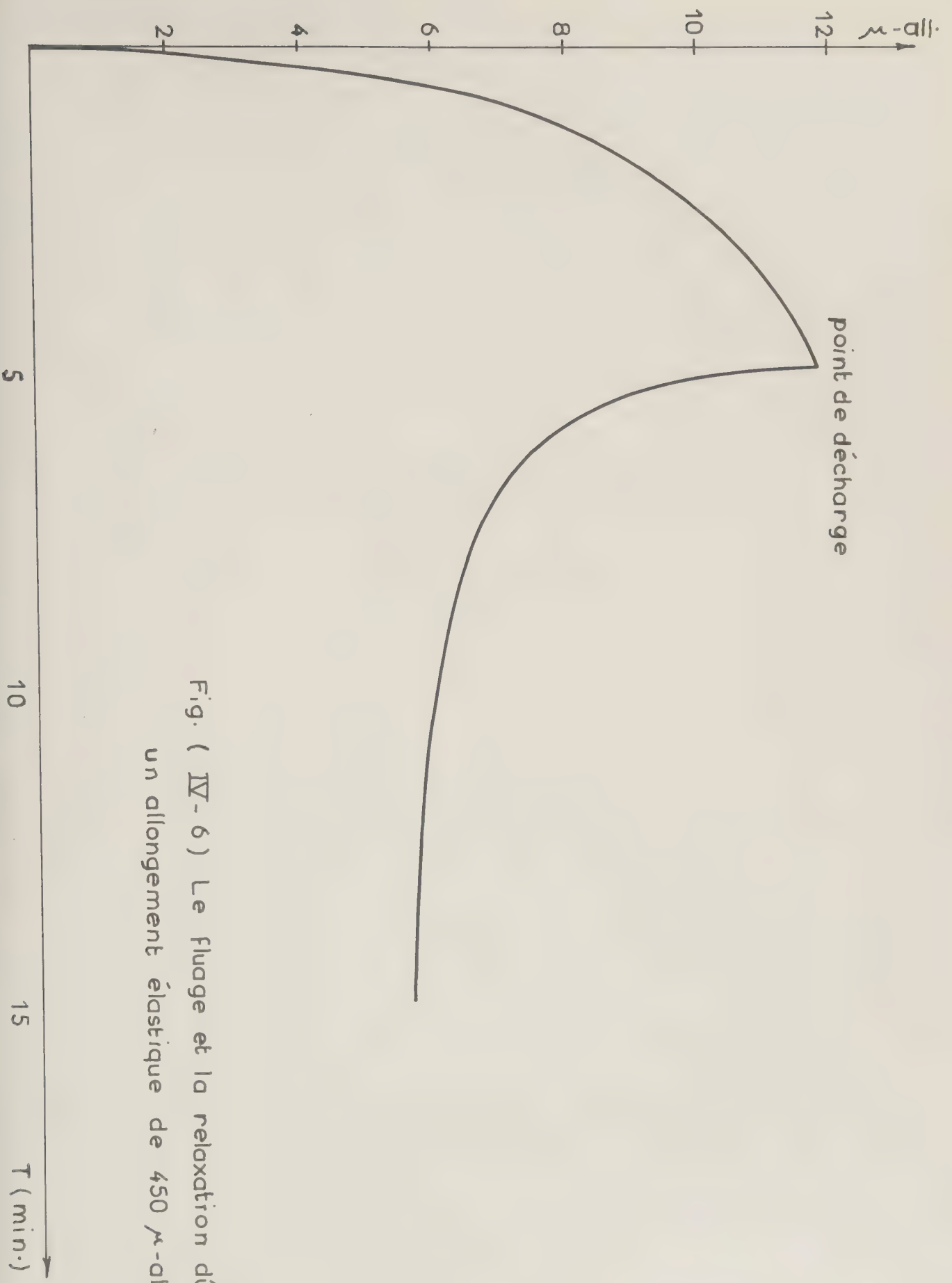


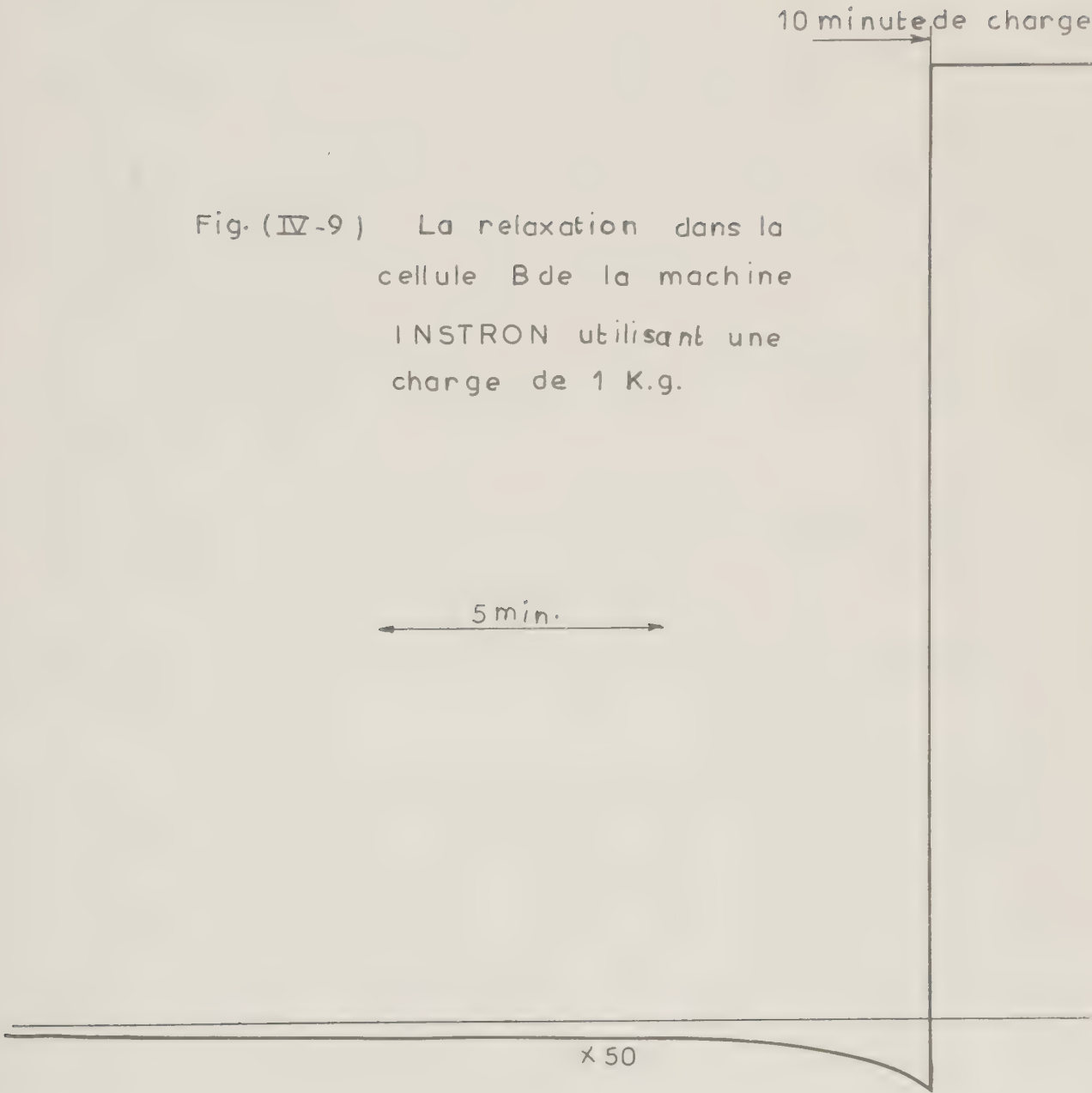
Fig. (IV-6) Le fluage et la relaxation dû à un allongement élastique de 450 μ -allong.

10 minutes de charge

Fig. (IV-9) La relaxation dans la cellule B de la machine INSTRON utilisant une charge de 1 K.g.

5 min.

x 50



La méthode peut être résumée comme suit :

- 1 - Le fluage anélastique est relevé en fonction du logarithme du temps.
- 2 - Les pentes de cette courbe sont mesurées.
- 3 - Les pentes sont reportées en fonction du logarithme du temps. On obtient ainsi une première approximation du spectre des temps de relaxation.
- 4 - La relation théorique cherchée, allongement-temps, peut donc être écrite provisoirement, sous forme approchée.
- 5 - La courbe de fluage anélastique ainsi obtenue (courbe de fluage approximative) à partir de la formule est tracée, sur le même graphique que le logarithme du temps. Cette courbe peut différer appréciablement de celle mesurée.
- 6 - On retranche les ordonnées de la courbe approchée de celles de la courbe mesurée. Ces valeurs (résidus) sont reportés en fonction du logarithme du temps. La courbe obtenue est appelée courbe de différences.
- 7 - Les pentes de la courbe de différence sont tracées en fonction du logarithme du temps, pour obtenir un jeu de corrections au spectre de relaxation obtenu la 1^{ère} fois.

Et ainsi de suite, par étirations successives jusqu'à concordance jugée satisfaisante.

Un programme pour ordinateur a été écrit en FORTRAN IV pour exécuter les calculs précédents et obtenir l'équation cherchée des courbes expérimentales. Dans ce programme, les données sont : la charge en kg (appelée Load) , la période d'application de la charge (appelée duration) , les composantes plastique et d'Hystérésis (appelées trainage) et le rapport du fluage maximal ($t = 0$) ou allongement élastique, (appelé factor) (cf. Fig. IV.8). Pour relever la courbe (fluage-temps), on a choisi 20 valeurs du temps avec les valeurs correspondantes mesurées du fluage.

Les résultats imprimés à la sortie de l'ordinateur sont les données initiales (Load, duration, trainage, factor) et l'équation correspondante qui se compose de 5 exponentielles.

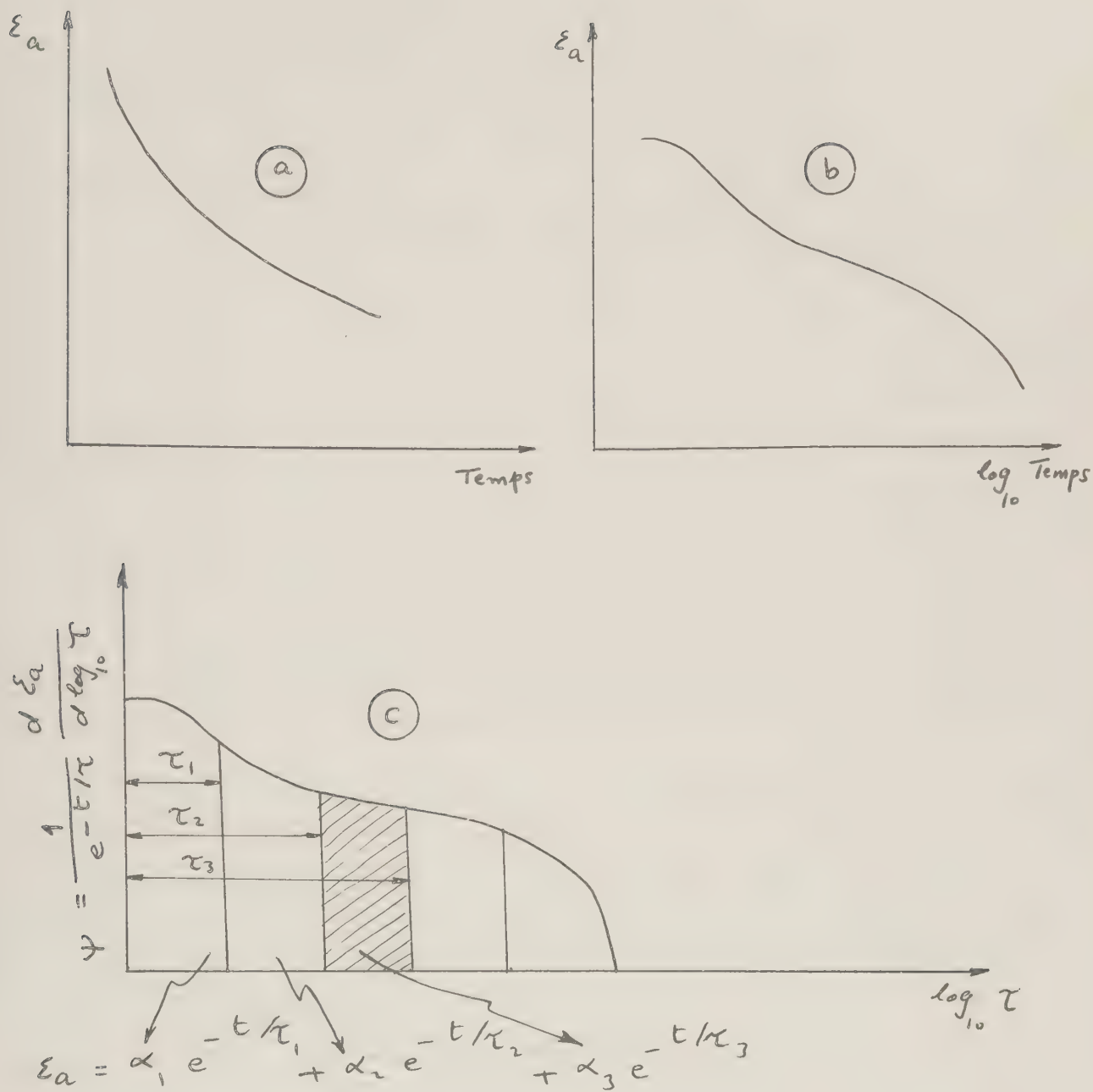


Fig (IV.7)

Méthode d'obtention de l'équation d'une courbe de recouvrement anélastique sous forme de somme d'exponentielles.

A titre d'exemple, on donne l'équation d'une courbe de relaxation après application d'une charge d'un kg pendant 10 minutes sur la cellule.

Donc : Load = 1,000 et duration = 10,00

le trainage était = 1,5 et le "factor" = 3200

L'équation est :

$$\begin{aligned} \varepsilon_a = & 6,19 e^{-t/18} + 0,02 e^{-t/150} + 0,107 e^{-t/300} \\ & + 0,075 e^{-t/444} + 0,039 e^{-t/598} \end{aligned}$$

Le terme le plus important est visiblement le premier, et sa constante de temps (18 s) peut correspondre aux échanges thermiques entre lame et boîtier de la cellule, par conduction le long de la lame. Les valeurs calculées de τ^s sont exprimées dans l'annexe II. La Fig (IV.9) donne la courbe de relaxation de la cellule B de la machine INSTRON, après application momentanée d'une charge de 1 kg. Au point de décharge, la sensibilité a été augmentée 50 fois. On observe que le fluage est négatif. Une explication possible de ce phénomène sera donnée au chapitre VI.

Etant donné que le fluage observé dans les cellules de la machine INSTRON est beaucoup plus faible (0,1 %) que celui noté dans les jauges collées sur des lames d'aluminium, il apparaît nécessaire de rechercher des lames présentant des propriétés élastiques plus satisfaisantes. C'est ce que nous allons traiter dans la section 5.

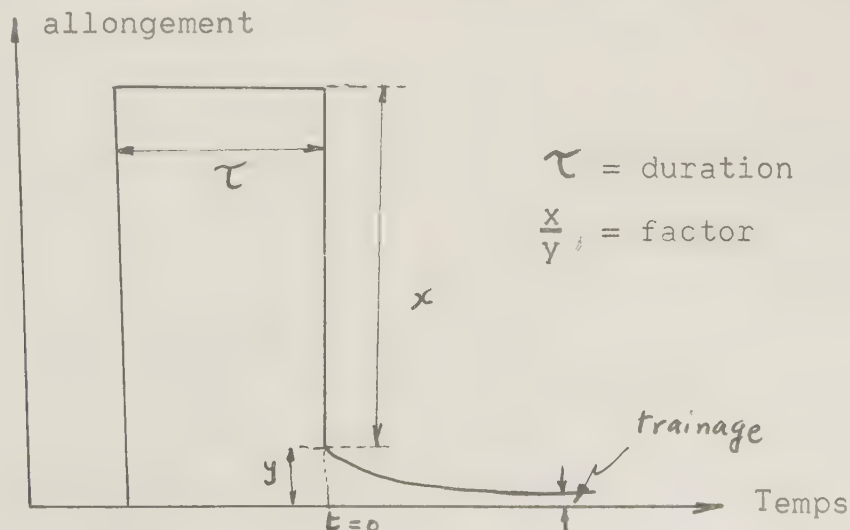


Fig. (IV.8)

Notation des termes dans le programme.

IV - 5. LES RESULTATS EXPERIMENTAUX DES JAUGES COLLEES SUR DES LAMES D'ACIER AU CARBONE :

Des jauges collées sur des lames d'acier au carbone (acier à ressorts) ont été essayées pour mesurer leur fluage, et, en conséquence, pour pouvoir évaluer l'importance du rôle de la lame dans le phénomène étudié.

Les jauges étudiées (350 ohms) sont d'un type autocompensé pour l'acier (fabricant BUDD Metal-film). La colle-utilisée est de type phénolique et la couche de protection anti humidité comprend les deux produits G K 1 et G K 3. Après usinage d'une série de ces lames, quelques unes ont été utilisées sans traitement thermique, d'autres après trempe et revenu. Deux types de traitements thermiques ont été utilisés dont l'un nous était conseillé par l'équipe du Laboratoire de physique des matériaux I.N.S.A. de Lyon, comme donnant le frottement interne le plus réduit possible. Il y a donc trois groupes de résultats pour les lames d'acier en carbone relatifs respectivement aux :

- a) Lames qui n'ont pas subi de traitement thermique,
- b) lames qui ont été traitées par la première méthode,
- c) lames qui ont été traitées par la deuxième méthode.

a) Lames sans traitement :

Les résultats obtenus sont donnés dans les courbes de la Fig (IV.10). Ces courbes n'ont pas toutes la même échelle car nous avons préféré reproduire ces courbes telles qu'elles ont été inscrites par l'enregistreur. Il est à noter que les performances de ces lames sont meilleures que celles des lames d'aluminium étudiées préalablement, mais restent inférieures à celles des cellules de la machine INSTRON.

b) Lames traitées par la première méthode :

Les lames sont chauffées vers 1050-1100°C puis trempées à l'huile. Pendant la chauffe, les lames sont recouvertes de charbon de bois concassé pour éviter l'oxydation. Le plus vite possible après la trempe, on effectue un traitement de revenu à la température de 400°C. Après le revenu, elles sont enfin stabilisées

par un traitement de cyclage thermique entre 350°C et l'ambiante, par période de 1/2 heure. Nous avons trouvé que le traitement de stabilisation a une très grande importance car il réduit le temps au bout duquel leurs caractéristiques deviennent reproductibles de quelques mois à quelques jours. De plus, la limite élastique macroscopique passe de 55 kg/mm² à 140 kg/mm² à la suite de ce traitement. Les résultats obtenus sur les lames ainsi traitées sont donnés dans les figures (IV.11) et (IV.12).

La Fig (IV.11) donne les courbes (charge et décharge) pour un allongement élastique de 500×10^{-6} m/m; la durée de charge est différente pour les deux courbes.

La Fig (IV.12) montre les courbes pour des charges correspondant à 1000 et 250 μ -allongement.

On peut noter que les valeurs du fluage et notamment les composantes anélastiques sont fortement réduites à la suite du traitement. Ces valeurs ne dépassent pas 0,5 % en valeur relative.

Les performances sont donc très supérieures à celles des lames d'aluminium, puisque pour ces dernières, les effets anélastiques dépassaient déjà 2 % pour des allongements élastiques ne dépassant pas $200 \cdot 10^{-6}$.

c) Lames traitées par la deuxième méthode :

La méthode de traitement nous a été conseillée par l'équipe travaillant au laboratoire de physique des matériaux de l'I.N.S.A. à Lyon, pour rendre le frottement interne minimum. La Fig. (IV.13) résume le traitement.

La conservation des lames dans l'azote liquide pendant l'intervalle entre la trempe et le revenu a pour but de réduire le taux d'austénitisation. Après le revenu, nous effectuons un cyclage thermique de stabilisation comme en (b).

Une comparaison entre la micro-dureté des lames en (a) , (b) , (c) a donné les résultats suivants, obtenus avec une charge constante appliquée à un diamant pyramidal.

Allongement $\times 10^6$

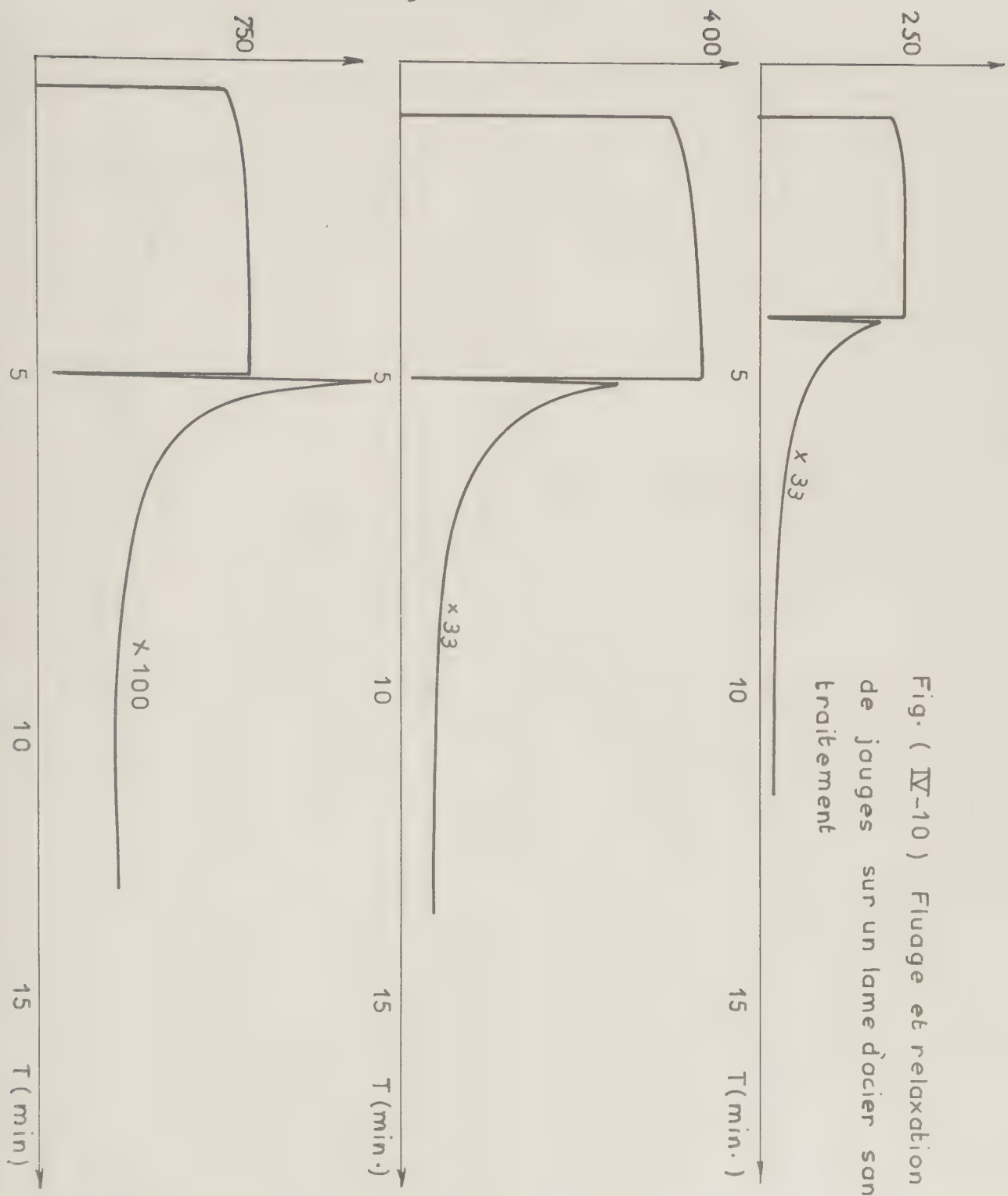


Fig. (IV-10) Fluage et relaxation
de jouges sur un lame d'acier sans
traitement

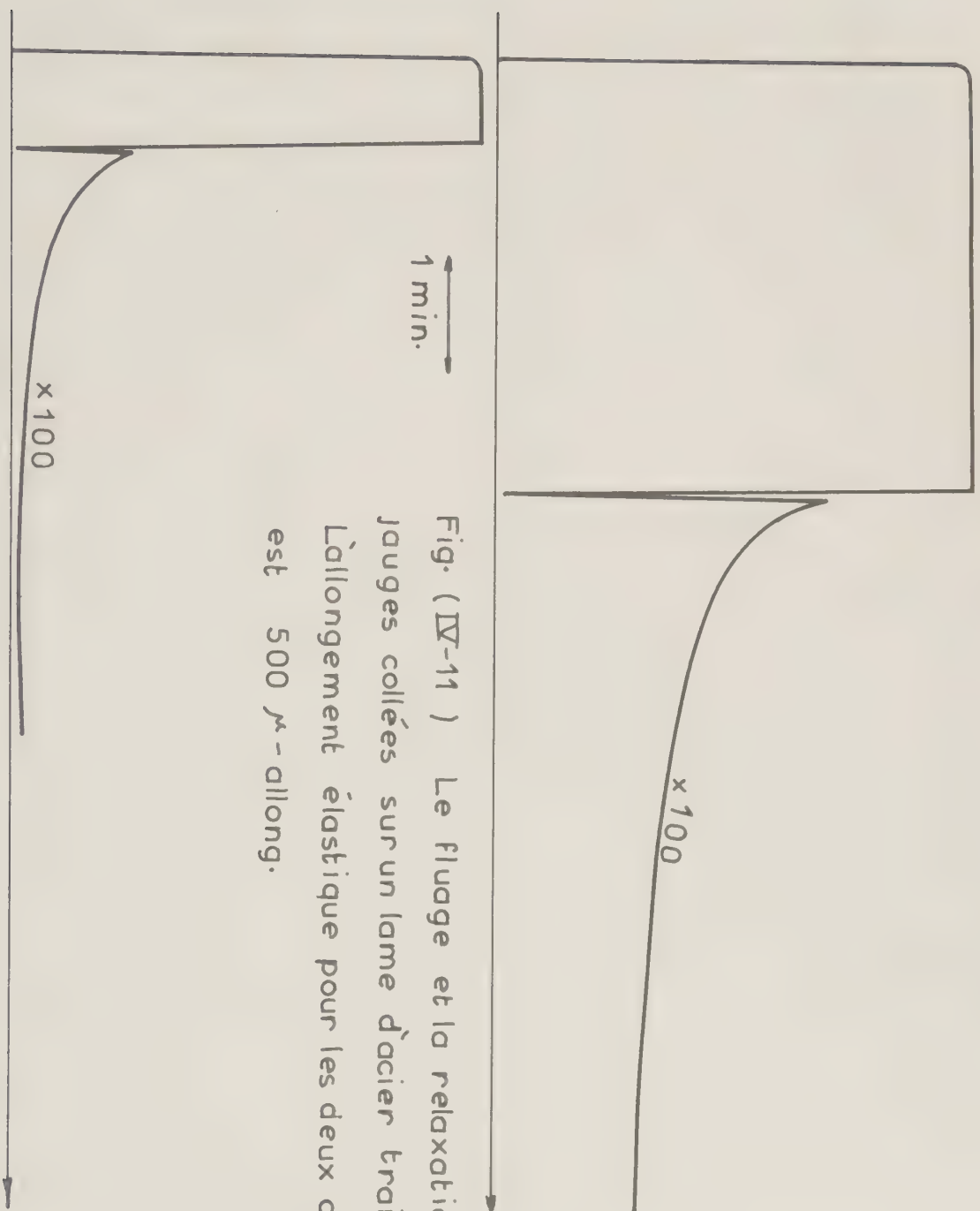
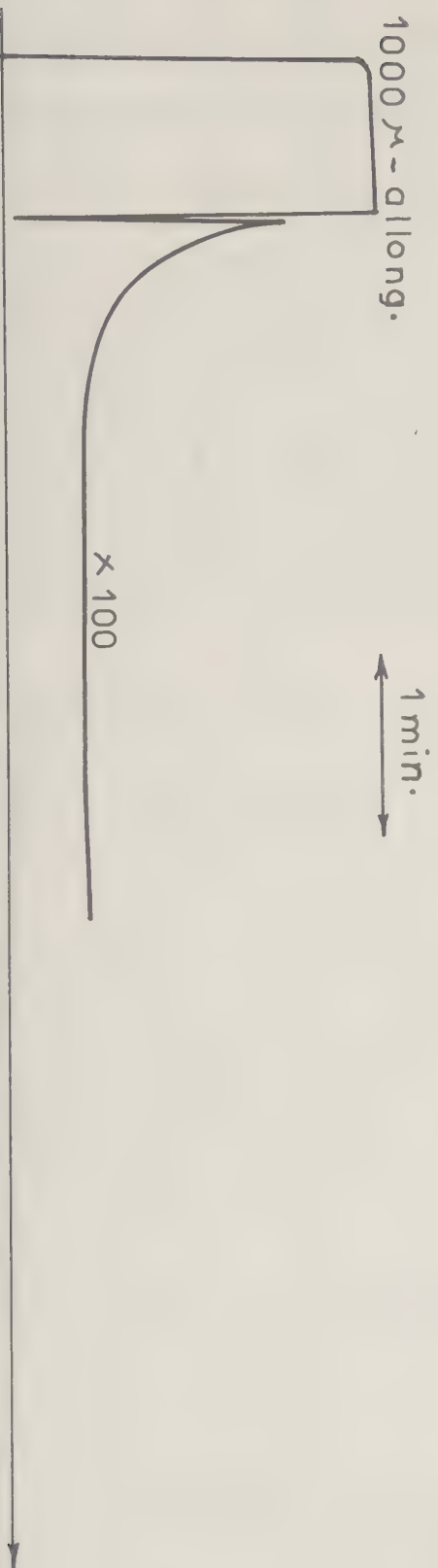
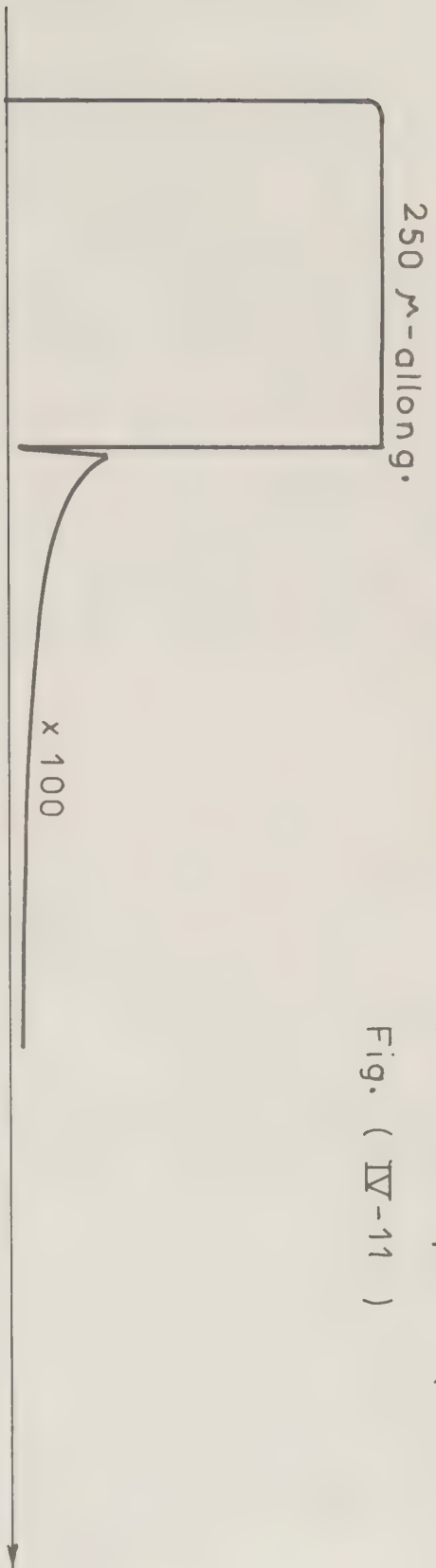


Fig. (IV-11) Le fluage et la relaxation de jauges collées sur une lame d'acier traité. L'allongement élastique pour les deux courbes est 500 μ -allong.

Fig. (IV-12) Courbes (charge/décharge) pour
le même pont que celui de la
Fig. (IV-11)



d_a	130	129,5	125	127	125	128	124
d	86	88	90	91	88	87	87
d_c	23	19	22	16	18	20	18

où d est le diamètre mesuré de la surface de base des empreintes pyramidales obtenues. Les lames traitées suivant la deuxième méthode (c) sont bien plus dures que par la première. Les résultats relatifs au fluage apparent des jauges montées sur ces dernières lames sont donnés dans la Fig (IV.14). On peut déduire de ces courbes que les performances des lames au point de vue fluage ne sont pas améliorées par ce traitement thermique qui donne néanmoins une dureté beaucoup plus élevée que le traitement (a).

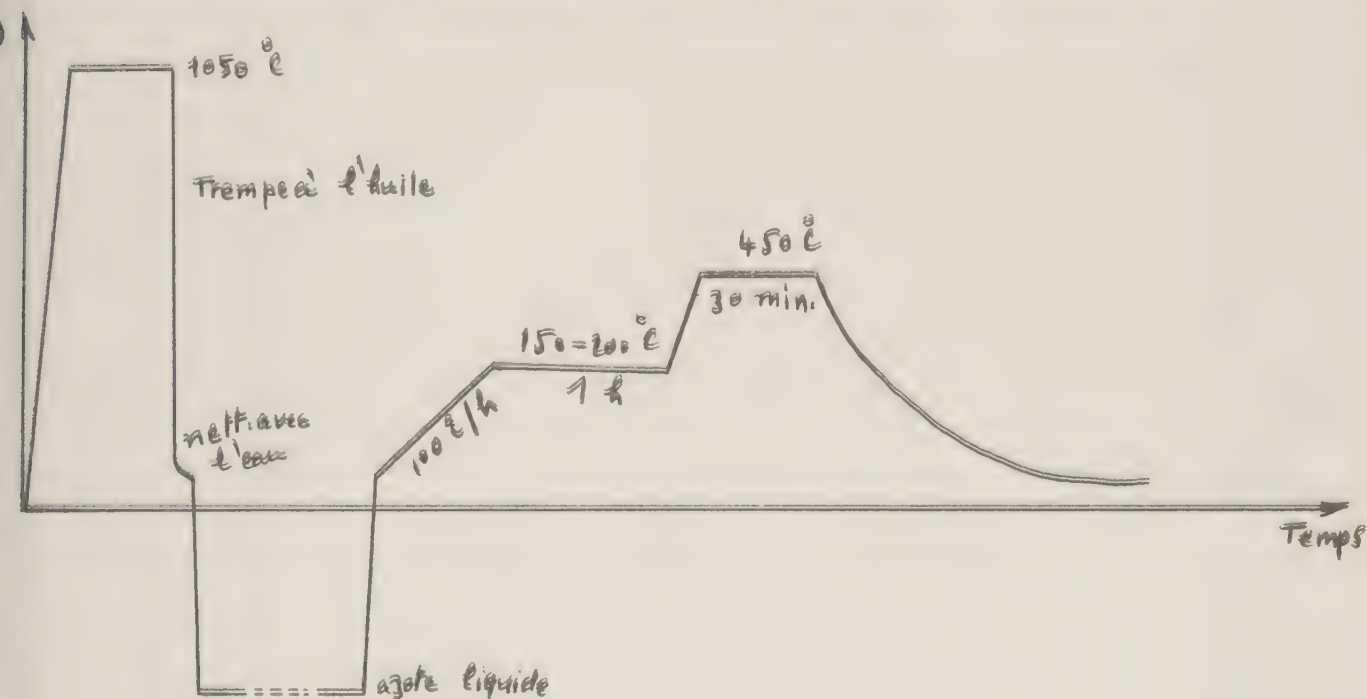
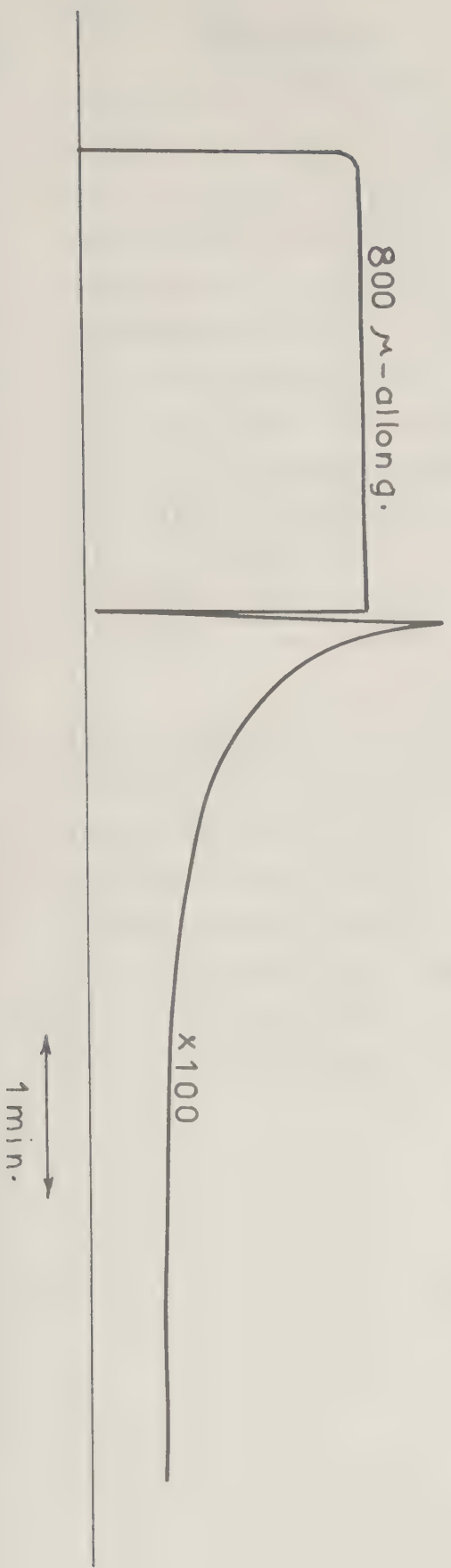
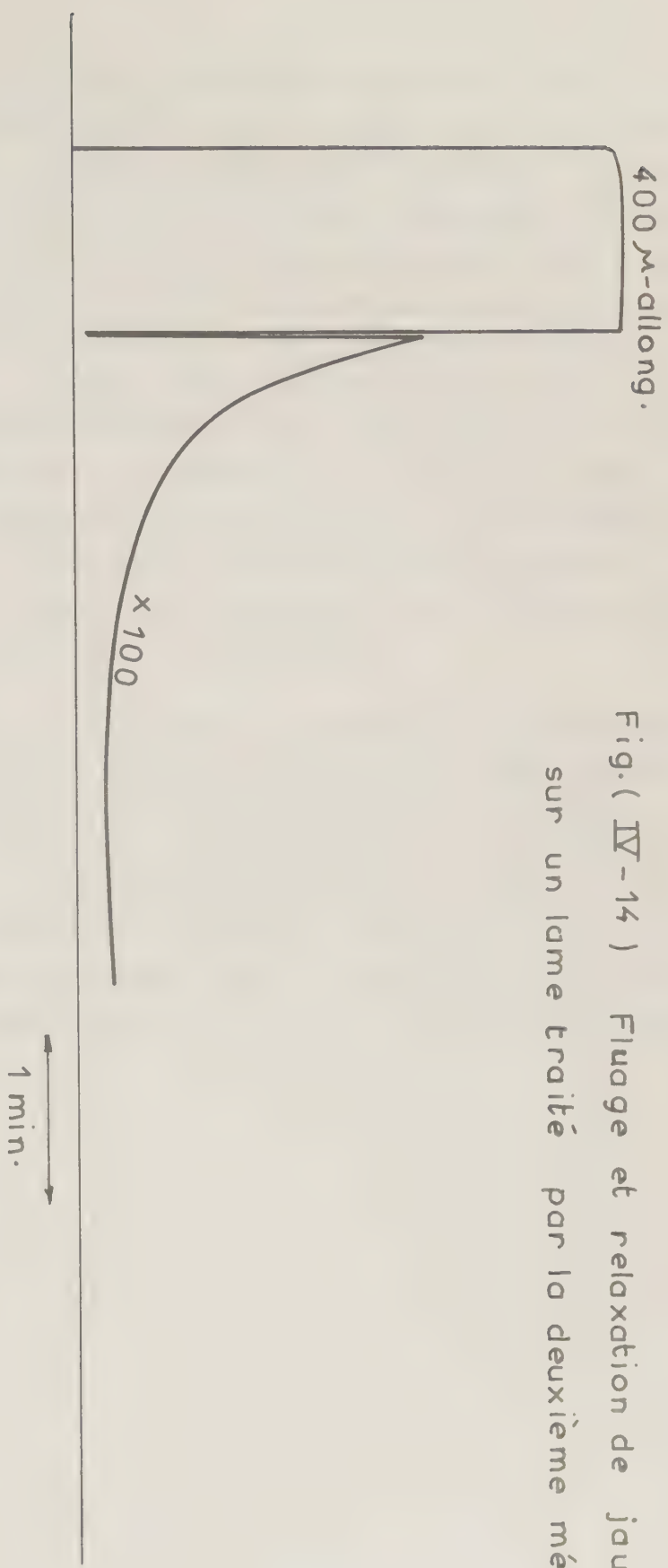


Fig. (IV.13)

La trempe et le revenu des lames suivant la méthode proposée par I.N.S.A.

Fig. (IV-14) Fluage et relaxation de jauges
sur un lame traité par la deuxième méthode .



IV - 6 CONCLUSION -

Les expériences que nous venons de décrire ont mis en évidence le rôle très important de la lame support dans les anomalies de la réponse des capteurs à jauges de contrainte. Il est clair que dans la très grande majorité des cas pratiques, la part des jauges et de leur collage dans ces anomalies reste très faible. Ce point est confirmé par le fait que, deux jeux de jauges collés successivement sur la même lame donnent des anomalies de réponse à peu près identiques. Les jauges de contrainte peuvent donc être utilisées, avec un degré de confiance élevé, pour mesurer les anomalies élastiques de matériaux sur lesquels on les colle. Ceci peut paraître paradoxal étant donné que la liaison entre matériaux et jauge de contrainte se fait par l'intermédiaire d'un film plastique et d'un collage organique, matériaux dont la médiocrité, au point de vue réponse magnétique, est notoire.

Il faut toutefois avoir présent à l'esprit qu'un collage correct est extrêmement mince, vis à vis de l'échantillon support. Ce n'est donc que dans le cas de lames élastiques elles-mêmes d'épaisseur comparable à la jauge, ou de matériaux de base de qualité élastique élevée, que les anomalies dues à la jauge et à son collage peuvent devenir réellement gênantes. C'est pour mieux connaître la part de la jauge elle-même dans les anomalies, qui ont été entreprises que les expériences décrites au chapitre suivant, relatives aux jauges nues.

C H A P I T R E - V -

LE FLUAGE ET L'HYSTERESIS DANS LES FILS NUS

V - I INTROUCTION -

Dans le chapitre IV, nous avons étudié l'effet de la lame. Dans le présent chapitre, nous éliminons l'effet de la lame élastique, du film support, et du collage, en utilisant comme jauge des fils nus de constantan tendus entre 2 supports.

Un appareil permettant ces essais a été réalisé et sera décrit dans la section 2. Des fils nus, travaillant en extension pure, et de diamètres différents ont été essayés. Les résultats de ces essais sont exposés dans la section 3. La comparaison du fluage dans ces différents fils est d'une grande importance dans l'interprétation des phénomènes. La section 4 de ce chapitre est consacrée à cette comparaison au point de vue fluage, grosseur des grains, résistivité, et coefficient de variation de résistivité avec la température. La section 5 dégagera les conclusions.

V - 2 L'APPAREIL D'ETUDE :

Les performances demandées à cet appareil sont :

- 1 - L'appareil doit être contrôlé en température.
- 2 - Il faut pouvoir appliquer aux fils des contraintes contrôlées, éventuellement maintenues constantes.

- 3 - Il faut aussi pouvoir remplacer les fils facilement et rapidement.
- 4 - Il faut aussi pouvoir appliquer aux fils des extensions contrôlées (essais à allongement constant).
- 5 - Les mesures doivent être aussi fidèles que possible.

La Fig (V.1) représente l'appareil réalisé.

Les Fig. (V.2) et (V.3) représentent quelques détails essentiels (fixation du fil, couteaux) ; la contrainte est appliquée en accrochant des poids marqués à l'extrémité libre du levier 3. Dans ce cas, la tête micrométrique est éloignée de son point de contact avec le levier. Les extensions contrôlées sont obtenues par déplacement du levier, en utilisant la tête micrométrique. Les rapports du levier pour la contrainte et l'extension sont de 9,5 et 4 respectivement.

L'ensemble du bâti est très rigide et travaille à un niveau de contrainte assez bas pour rendre ses déformations négligeables, sauf dans la zone du levier et des couteaux. Nous avons mesuré l'élasticité résiduelle du système, dans les essais à extension imposée, de la manière suivante : le fil d'essai est remplacé par une pièce rigide, suspendue au couteau supérieur, et venant s'appuyer en-dessous du flasque supérieur.

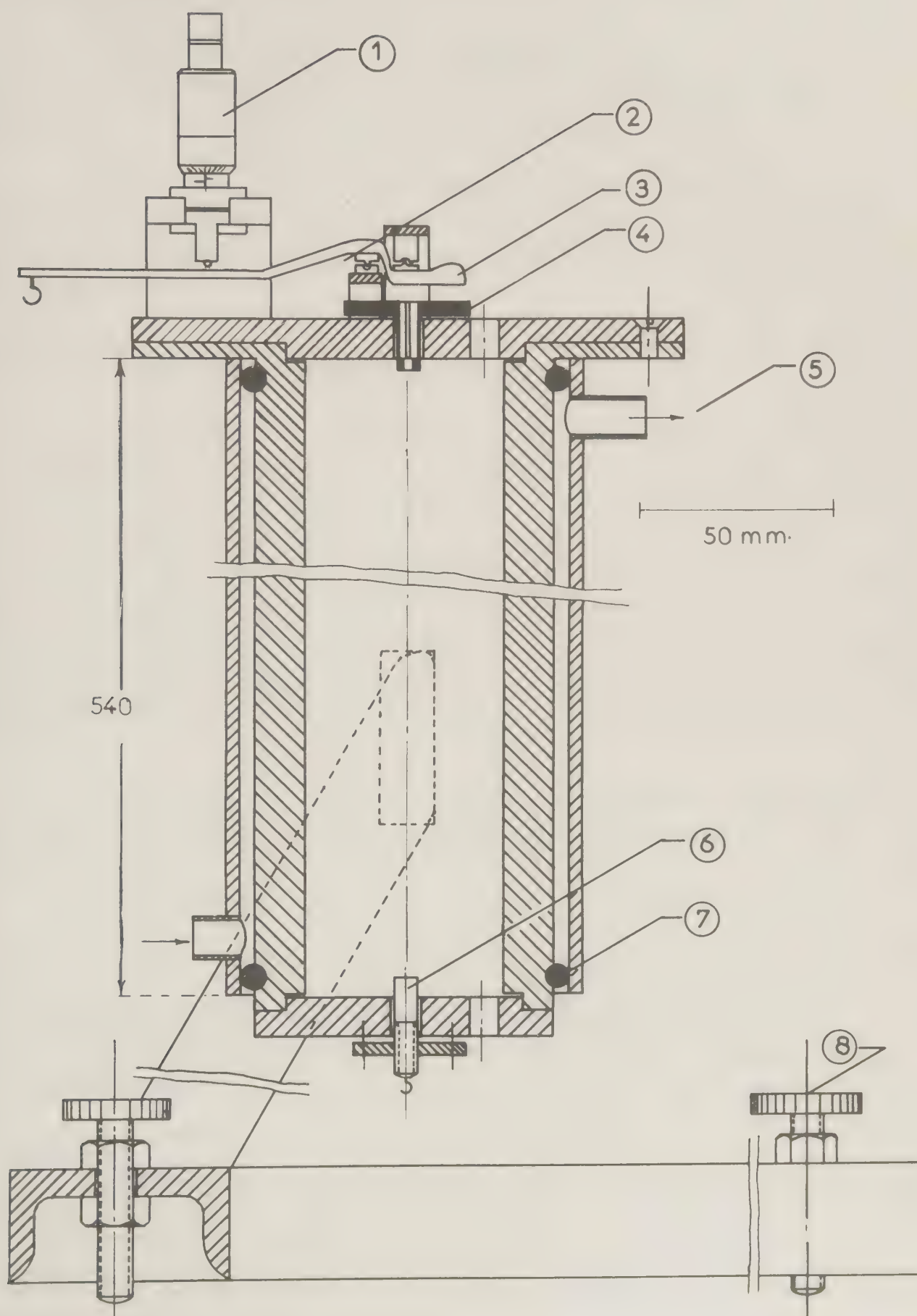
La tête micrométrique est ajustée de manière à venir juste appuyer sur le levier. On accroche alors au levier un poids connu, et on mesure de combien il faut avancer la tête micrométrique pour rétablir le contact. La déviation ainsi mesurée correspond à $2 \mu / \text{kg}$ au niveau du fil.

Le contrôle de la température est obtenu en faisant circuler de l'eau à température constante dans l'espace compris entre les 2 tubes, constituant l'enceinte. Les couteaux et leurs appuis sont choisis (métaux et construction) comme expliqué en (II.2) page 42.

La verticalité de l'axe du montage est ajustée par trois vis calantes (8). Dans la construction du levier on a choisi la position du centre de gravité de manière que les fils soient légèrement tendus à vide.

La qualité de la fixation des extrémités des fils est d'une importance capitale. Elle doit assurer l'isolement électrique du

Fig. (V-1) L'appareil de mesure sur les fils nus



fil par rapport au bâti et lui transmettre les extensions contrôlées, sans être elle-même source de fluage ou de frottements parasites.

Diverses solutions sont possibles (32). Par exemple, en utilisant des colles époxy (l'araldite), des perles isolantes standards, ou en utilisant des pinces serrées.

Nous avons choisi la deuxième solution, sous forme de microperles de verre de type décrit Fig (V.3). La soudure du fil dans le tube intérieur de la partie est faite à l'étain, avec prudence.

La Fig (V.2) décrit le système de liaison utilisé entre le fil et le système mécanique d'extension.

Un deuxième fil, non tendu, est monté de manière identique à l'intérieur de l'enceinte, parallèlement au fil en essai, par les trous 12 des flasques. Les deux fils forment ainsi l'équivalent d'un demi pont de 2 jauges, avec une bonne symétrie thermique. Deux fils de connexion sont également soudés au tube intérieur des perles de montage du fil principal; ils servent de prises de potentiel pour les mesures de résistance. Les connexions électriques avec le reste du montage sont faites par l'intermédiaire d'un câble, dont l'extrémité est maintenue en bon contact thermique avec l'enceinte.

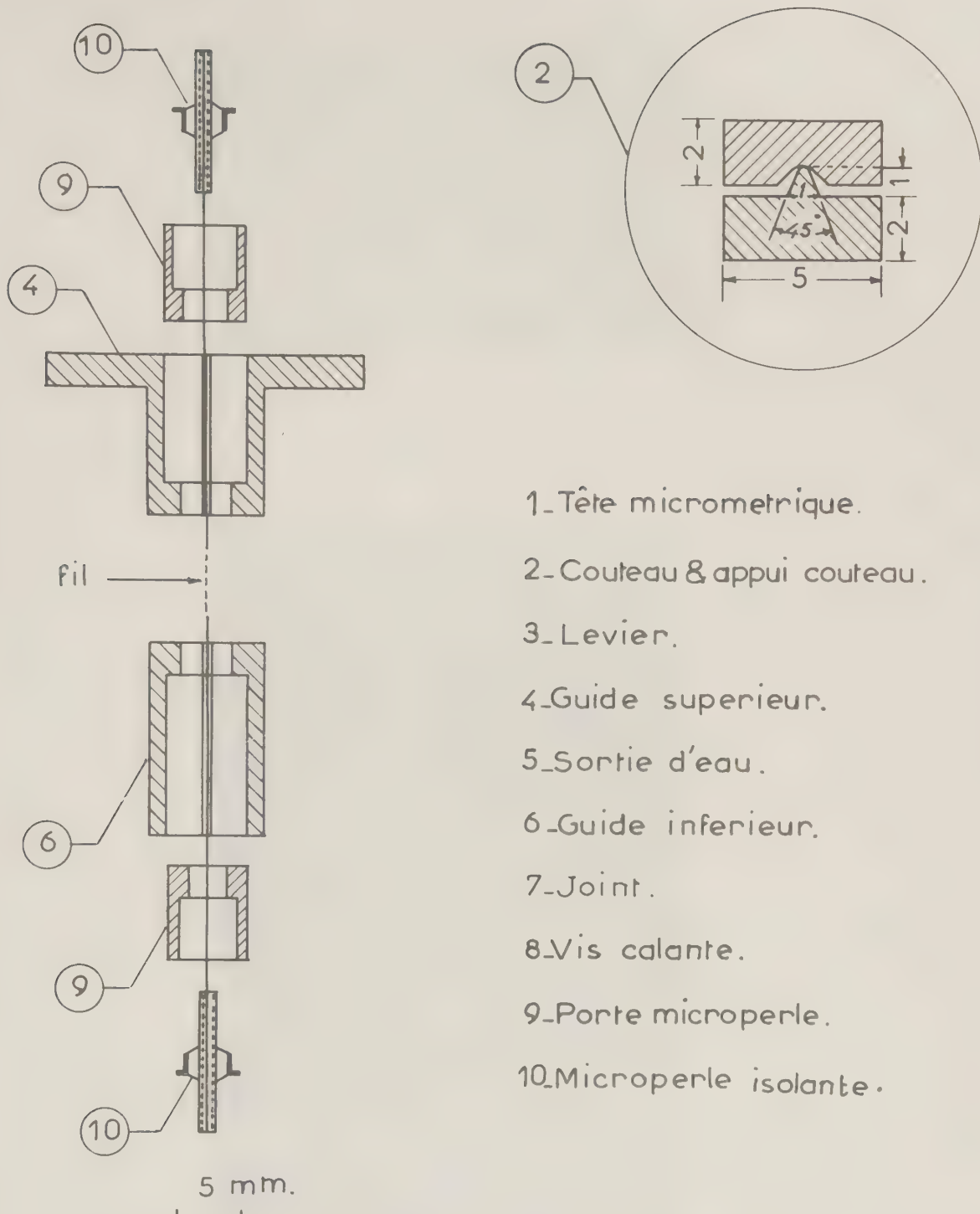
Le reste de la chaîne de mesure (alimentation, tête du pont, détecteur, enregistreur) est identique à celui utilisé avec les jauges collées.

V - 3 LE FLUAGE DANS LES FILS NUS DE DIAMETRES DIFFERENTS :

Les fils utilisés sont en constantan (cupro-nickel), leurs caractéristiques nominales ont déjà été données dans le chapitre I.

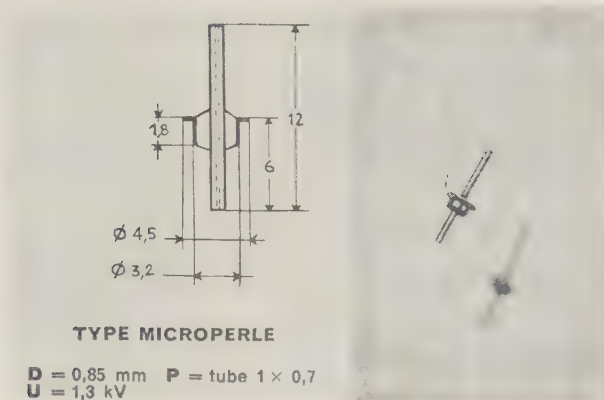
Leur longueur est de 52 cm entre appuis.

Le tableau suivant donne les caractéristiques des différents types de fils essayés, avec les valeurs maximum des charges du levier et des déplacements de la tête micrométrique pouvant être appliqués, sans risque de rupture, et sans dépasser la limite élastique nominale.

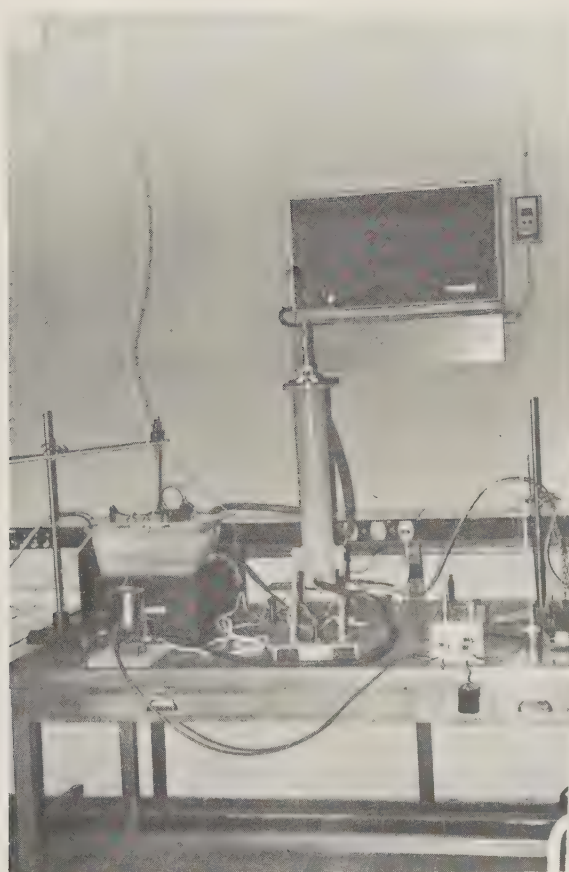


- 1-Tête micrométrique.
- 2-Couteau & appui couteau.
- 3-Levier.
- 4-Guide supérieur.
- 5-Sortie d'eau.
- 6-Guide inférieur.
- 7-Joint.
- 8-Vis calante.
- 9-Porte microperle.
- 10-Microperle isolante.

Fig.(V-2) Fixation du fil



a



b

Fig. (V- 3)

(a) Détails du microperle

(b) Photographie du montage

Diamètre du fil mm	Résist.  /M	Resist. 	Charge maxi en grammes	Extens ⁿ maxi mm.	Poids maxi gramme	Déplacement maxi de tête microm.mm
0,05	251	130	31	0,52	31/9,5=3,25	0,52 x 4 = 2,08
0,10	61	31,7	125	0,52	13,1	2,08
0,18 isolé	19,5	10,15	400	0,52	42	2,08
0,25	10	5,3	780	0,52	82	2,08

Les fils de 0,18 mm de diamètre sont de type isolé et ont donné des résultats anormaux (très forte anélasticité). L'anomalie vient vraisemblablement de l'isolant, dont l'épaisseur est comparable à celle du fil. Nous n'avons pas retenu ce type de fil pour la suite de l'étude.

Des mesures d'anélasticité à la décharge ont été faites sur des fils nus avec et sans traitement thermique préalable.

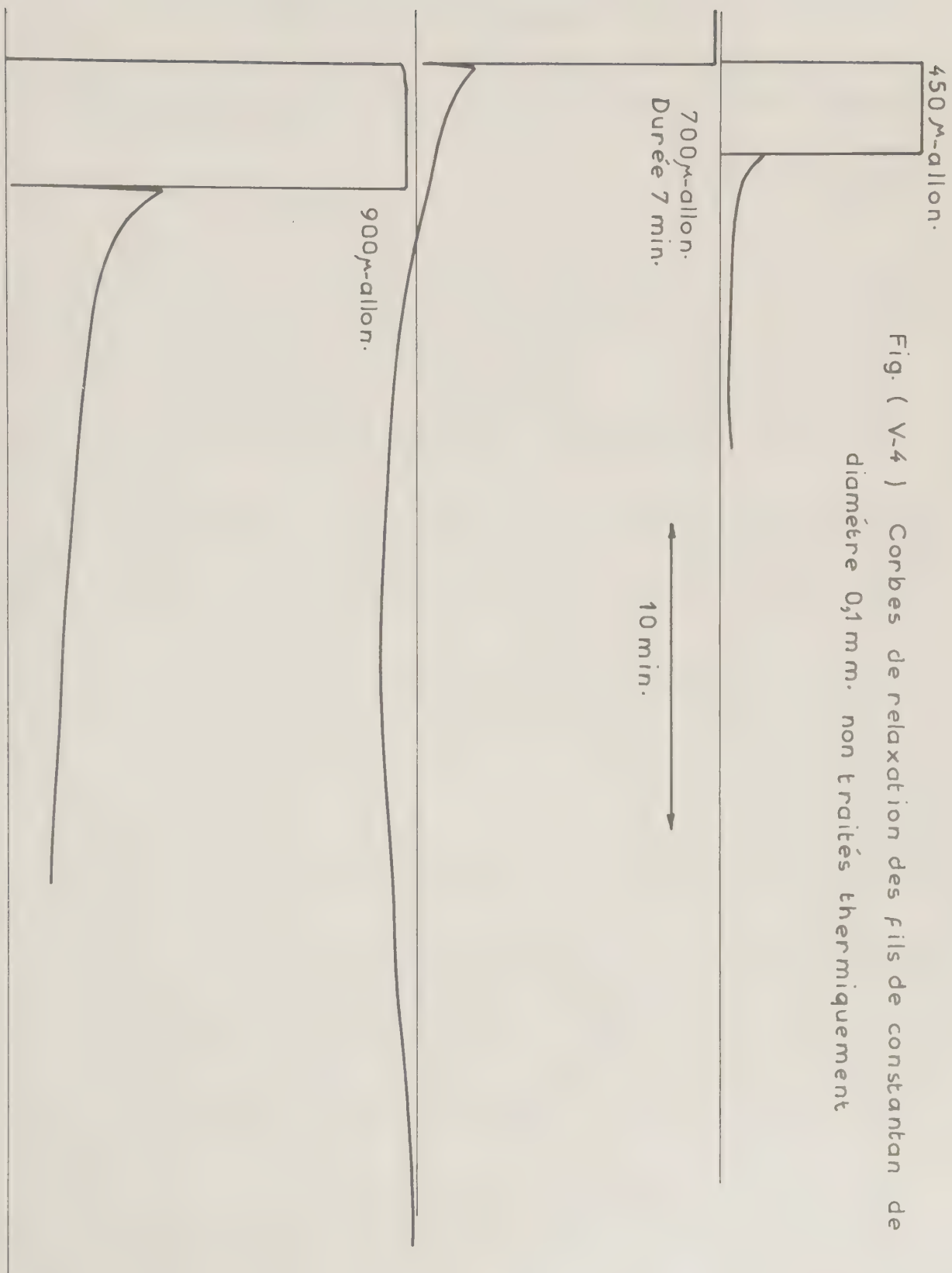
a) Fils non traités :

Les caractéristiques physiques et cristallographiques de ces fils ont déjà été étudiées au chapitre (I).

Les résultats concernant les fils de 0,1 mm de diamètre sont donnés à la Fig (V.4) pour trois valeurs de l'allongement élastique indiqué sur la figure, avec les durées de charge correspondantes. La sensibilité est augmentée 100 fois au moment de la décharge du fil. On remarque sur ces courbes que l'anélasticité varie, notamment par sa constante de temps, suivant la valeur de l'allongement élastique appliqué, et aussi suivant la durée de ce dernier. On peut noter que le temps de relaxation est de l'ordre de deux à trois fois le temps d'application de l'allongement élastique. Le fluage total (depuis l'instant de la décharge) varie de 0,2 % pour un allongement élastique de 450 μ allongement à 0,38 % dans le cas de 900 μ allongement.

32 expériences du même type ont été faites afin d'essayer de relier le "défaut de module ΔE (défini p 104) à l'allongement élastique.

Fig. (V-4) Corbes de relaxation des fils de constantan de diamètre 0,1 mm. non traités thermiquement



L'équation de la droite d'approximation obtenue par la méthode des moindres carrés est :

$$\Delta E = 0,109 + 0,312 \times 10^{-3} \mathcal{E} \dots\dots\dots (V.1)$$

où ΔE est en pourcentage (défaut relatif de module)
 $\mathcal{E}$ est en micro-allongement.

Le coefficient de corrélation linéaire(r)entre ces deux variables ($\mathcal{E}$ et ΔE) a également été déterminé.

$$r = 0,46 \dots\dots\dots (V.2)$$

Les résultats individuels de ces 32 essais, ainsi que le détail des calculs statistiques est donné dans l'annexe III. La Fig. (V.5) représente la relation entre ΔE et $\mathcal{E}$.

La Fig. (V.6) montre le fluage mesuré dans les fils de 0,25 mm de diamètre. Il est à noter que le fluage dans ces fils est plus important que celui des fils de 0,1 mm de diamètre.

Cette différence peut s'expliquer par une différence d'état physique. Nous avons déjà noté que les fils de 0,25 mm sont apparemment vendus recuits, et ceux de 0,10 mm à l'état brut de tréfilage.

C'est pourquoi, nous avons essayé de reprendre les mesures sur des fils ayant subi un traitement de recuit.

b) Fils traités :

Les mêmes fils que précédemment sont traités par recuit à 300°C pendant 5 heures.

Les Fig. (V.7) et (V.8) correspondent au fluage à la décharge dans les fils de 0,1 et 0,05 mm de diamètre.

Comme précédemment, la sensibilité est augmentée 100 fois juste après la décharge des fils. Il est à noter que le fluage des fils de 0,05 mm de diamètre est moins important que dans le cas des fils de 0,1 mm de diamètre.

On remarque que le traitement thermique a légèrement diminué l'importance du phénomène de fluage.

On remarque aussi, sur les fils traités aussi bien que sur les fils

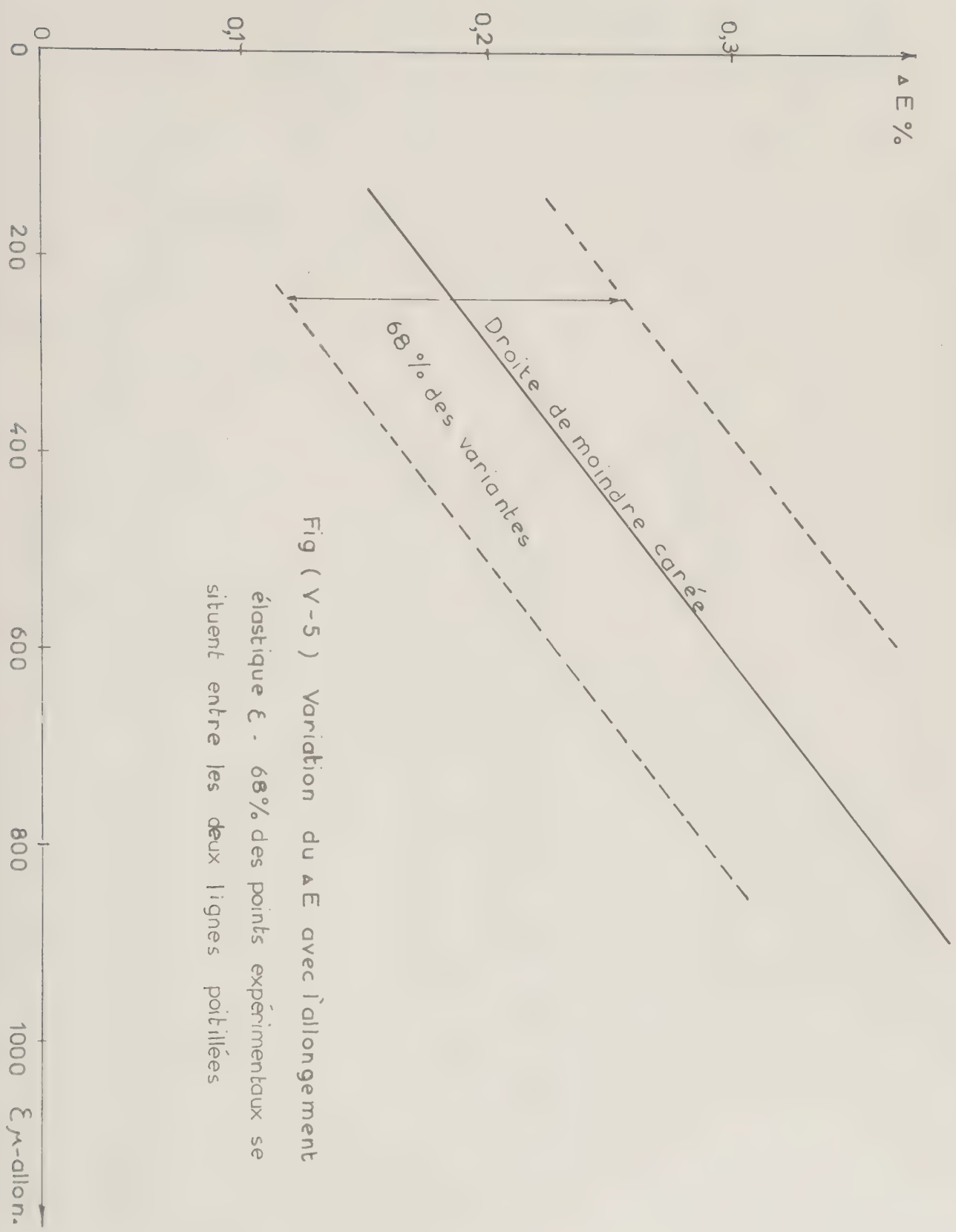


Fig (V-5) Variation du ΔE avec l'allongement
élastique ϵ . 68% des points expérimentaux se
situent entre les deux lignes pointillées

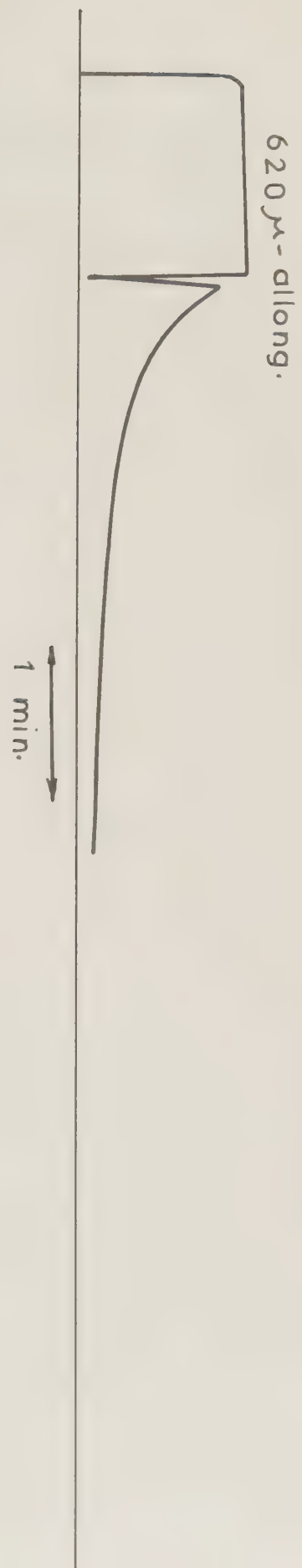


Fig. (V-6) La relaxation après fluage dans les fils
de 0,25 mm. de diamètre . Les fils ne
sont pas traités thermiquement



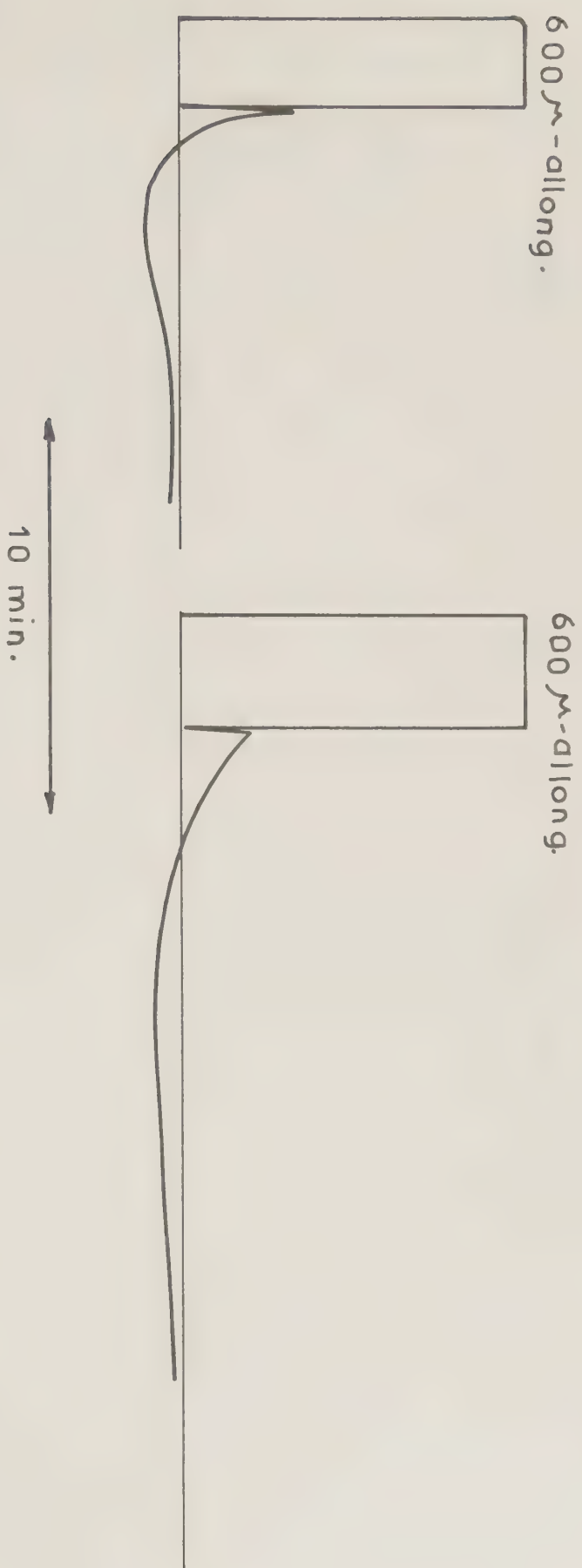


Fig (V-7) La relaxation après fluage dans les fils des 0,1 mm.
de diamètre. Les fils sont traités à 300 ° pendant
5 heures

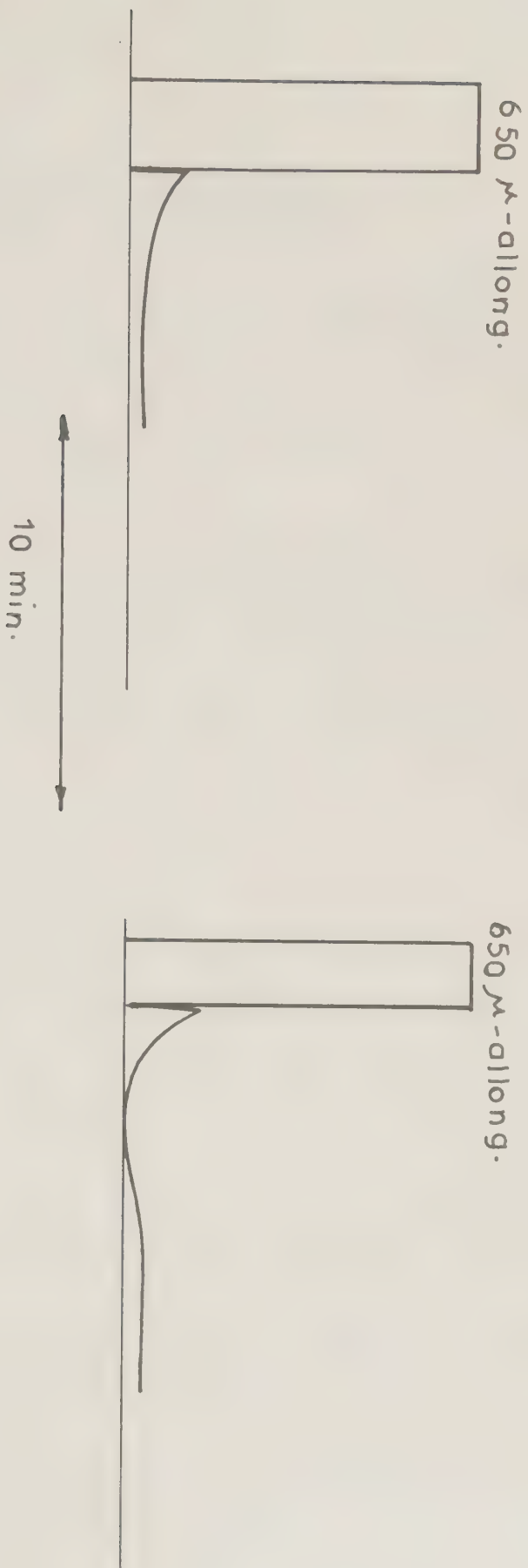


Fig (V - 8) La relaxation des fils de 0,05 mm. de diamètre
traités

non traités, la présence d'inversions sur certaines courbes de fluage à la décharge.

V - 4 COMPARAISON ENTRE LES DIFFERENTS FILS :

a) Résistivité :

D'après les données du fabricant, (ELECTROFIL), les résistivités des fils de 0,25 , 0,1 , et 0,05 mm de diamètres, recalculées à partir du diamètre de la résistance nominal sont respectivement 0,65 , 0,61 et 0,628 $\Omega \text{ M/mm}^2$. Compte tenu de l'incertitude sur les diamètres, ces différences ne paraissent pas significatives.

c) Le coefficient de température de la résistivité α :-----

Des essais ont été faits pour déterminer ce coefficient. Les deux fils (actif et témoin) sont branchés dans le pont comme indiqué par la Fig (V.9), de manière que les variations de température des 2 fils ajoutent leurs effets au lieu de les retrancher.

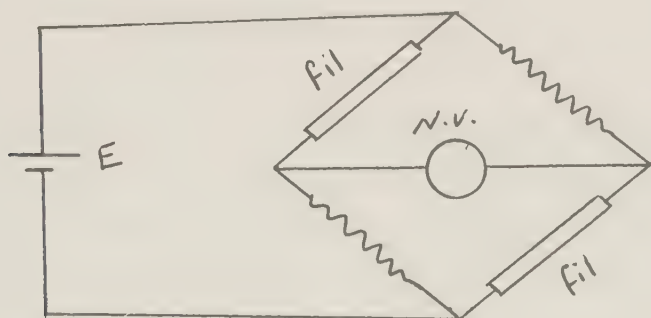


Fig. (V.9)

Le montage des fils dans le pont.

Le coefficient $\alpha = \left(\frac{d(\ln R)}{d\theta} \right)$ est déterminé à partir de mesures effectuées sur plusieurs cycles thermiques, pour les différents fils, avant et après le traitement thermique.

A titre d'exemple, les résultats détaillés d'un essai sur un fil traité de 0,1 mm de diamètre sont :

θ	19,9	21,8	24,6	19,8
$\Delta V(\mu. \text{ volt})$	0	26	72	10
$\frac{\Delta R}{R} \times 10^6$	0	26	72	10

E (excitation) = 2 volts; avec deux fils actifs dans le pont :

$$\Delta V = \frac{E}{4} \cdot \frac{\Delta R}{R} \times 2$$

donc : $\frac{d(\ln R)}{d\theta} = \frac{62 \times 10^{-6}}{24,6 - 19,9} = 13,2 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

Chaque essai de ce type a été répété plusieurs fois et $\alpha_{\text{moy.}}$ a été calculé. Le signe de ce coefficient (positif ou négatif) a été vérifié en appliquant une charge sur le fil étudié et en regardant le sens du signal de sortie (déséquilibre du pont). Si le sens de la sortie est le même que celui résultant d'une élévation de température, le coefficient est positif. Nous avons toujours trouvé un coefficient positif. Le tableau suivant montre la valeur de ce coefficient pour les différents fils :

diamètre du fil	fils non traités	fils traités
0,25	$50 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	$40 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
0,10	$20 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	$14 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
0,05	$9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	$8 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

De manière inattendue, le recuit diminue α alors qu'on s'attendait au contraire. D'autre part, α est nettement plus grand pour le fil de 0,25 mm que pour les deux autres. Cela peut venir de la différence déjà notée dans la composition des fils; mais cela peut aussi provenir de la recristallisation, déjà notée aussi, du fil le plus gros. Il est vraisemblable d'après ces chiffres, que les traitements de recuits que nous avons effectués, n'ont pas

été suffisamment poussés.

V- 5 CONCLUSIONS -

L'amplitude du fluage après décharge, et aussi sa durée, dépendent de la valeur de l'allongement élastique appliqué et de sa durée. Le fluage dans les fils de 0,25 mm de diamètre est nettement plus important que celui dans les fils de 0,1 mm de diamètre. Et celui observé dans les fils de 0,05 mm de diamètre est légèrement inférieur à celui des fils de 0,1 mm de diamètre.

Le coefficient de température de la résistance des fils est positif.

Les "défauts de module" observés sont de l'ordre de 0,1 à 0,2 % , c'est-à-dire du même ordre de grandeur que ceux des cellules de mesure INSTRON, bien inférieurs à ceux mesurés sur des jauges collées sur des lames élastiques de qualité ordinaire.

CHAPITRE VI

LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DES MÉTALLS

ESSAI D'INTERPRÉTATION PHYSIQUE DU PHÉNOMÈNE DE FLUAGE (ANELASTICITE)

VI - I INTRODUCTION

Nous avons étudié expérimentalement le phénomène de trainage de résistance des jauges collées (chap. IV), et des fils nus (chap. V). Dans les deux cas, la quantité mesurée était la variation de résistance de $\frac{\Delta R}{R}$ du métal de la jauge au cours de temps à la charge et à la décharge.

Les variations observées, après charge ou décharge, amènent à se poser la question suivante :
Est-ce que la résistance de la jauge suit parfaitement et sans retard les variations de dimensions de la jauge ?

Autrement dit, est-ce que l'anélasticité mécanique de la jauge suffit à rendre compte des anomalies, mesurées électriquement ?

N'existe-t-il aucun effet spécifiquement électrique (trainage de la variation de résistivité de la jauge, et non simplement de sa résistance) ?

Pour trouver une réponse à ces questions, des expériences ont été faites. Ces expériences ont consisté à appliquer à des fils nus des allongements (et non plus des contraintes), imposé. Les résultats de ces expériences sont contenus dans la section 2 de ce chapitre.

Par ailleurs, un solide en vibration, complètement isolé de l'extérieur, convertit progressivement son énergie mécanique de vibration en chaleur, c'est le frottement interne. Ce frottement interne correspond à un déphasage entre la contrainte périodique, agissant en chaque point, et la déformation qui l'accompagne. Donc, le phénomène de fluage observé est un cas particulier du frottement interne. Des expériences ont été faites, pour mesurer le frottement interne, sur les fils de constantan utilisés comme jauges. La section 3 est consacrée aux résultats de ces expériences.

Il y a plusieurs causes de frottement interne, dont la thermoélasticité qui est indépendante de l'amplitude de vibration. Cet effet thermoélastique qui est phénoménologiquement équivalent à un frottement interne du fil, est, seul parmi les autres causes, en principe, calculable à priori. Il se manifeste principalement à des fréquences qui dépendent des dimensions de l'échantillon et des conditions d'échange thermique. Les fréquences sont basses, et le phénomène en question paraît, d'emblée, de nature à jouer un rôle important dans nos expériences.

La section 4 est consacrée à des études théoriques, qui ont pour but de savoir si l'effet thermoélastique suffit à expliquer les anomalies constatées. Les mesures expérimentales concernant l'effet thermoélastique sont incluses dans la section 5 de ce chapitre. La section 6 est consacrée aux mesures de frottement interne, dans les résines époxy utilisées comme colle pour les jauges. Une conclusion sera donnée dans la section 7.

VI - 2 VARIATION DE LA RESISTANCE DE LA JAUGE AVEC L'ALLONGEMENT :

Ces mesures cherchent à préciser s'il existe un effet électrique (modifications plus ou moins réversibles de la résistivité après un cycle de contraintes mécaniques, par exemple par réarrangement des défauts ponctuels ou des dislocations), ou si les anomalies sont dues à un effet purement mécanique (retard de la déformation, donc des variations de dimensions, sur la contrainte). Pour cela, des extensions constantes sont appliquées aux fils et la variation de résistance au cours du temps est enregistrée après la suppression de cet allongement.

Enfin, comme il n'est pas possible de mettre le fil en compression, supprimer complètement l'allongement aboutirait seulement à remettre le fil sous contrainte nulle, et les résultats ne diffèreraient pas sensiblement de ceux déjà obtenus. Une précaution essentielle est donc d'imposer au fil un plancher insuffisant d'allongement initial, et, à partir de ce plancher, lui appliquer, puis de supprimer un allongement supplémentaire. Le plancher d'allongement initial doit être suffisant pour que, au début de la suppression de l'allongement supplémentaire, la tension du fil reste toujours positive. La partie de la courbe de relaxation correspondant aux deux premières secondes suivant le retour à l'allongement initial ne peut être enregistrée correctement, car pendant cette période, il faut exécuter deux opérations : la suppression de l'allongement et l'augmentation de la sensibilité. La Fig (VI.1) représente à titre d'exemple, deux courbes de relaxation de résistance de la jauge après un cycle extension/relâchement.

On remarque sur ces courbes la présence d'un hystérésis bien apparent (attribuable beaucoup plus vraisemblablement aux imperfections du système mécanique qu'à une modification réelle du fil), mais surtout l'absence d'évolution ultérieure mesurable de la résistance du fil. Nous avons vérifié qu'il en est de même sur les fils traités thermiquement. Autrement dit, à la précision de nos mesures, la variation de résistance "suit", sauf peut être pendant les 2 premières secondes, les variations dimensionnelles des fils. Il apparaît donc, qu'il n'existe pas de "trainage de résistivité" détectable, du moins à l'échelle des moyens de détection utilisés.

VI - 3 LE FROTTEMENT INTERNE DES FILS DE CONSTANTAN :

Dans la section précédente (VI - 2) nous venons de voir que les anomalies de comportement de la résistance ne font que refléter les anomalies du comportement mécanique des jauges. Nous avons également déjà mentionné (VI.1) la parenté entre ces anomalies et les phénomènes de frottement interne.

Des mesures sommaires du frottement interne à basse fréquence sur nos fils de constantan ont été faites dans le laboratoire de physique des matériaux de l'I.N.S.A. de Lyon.

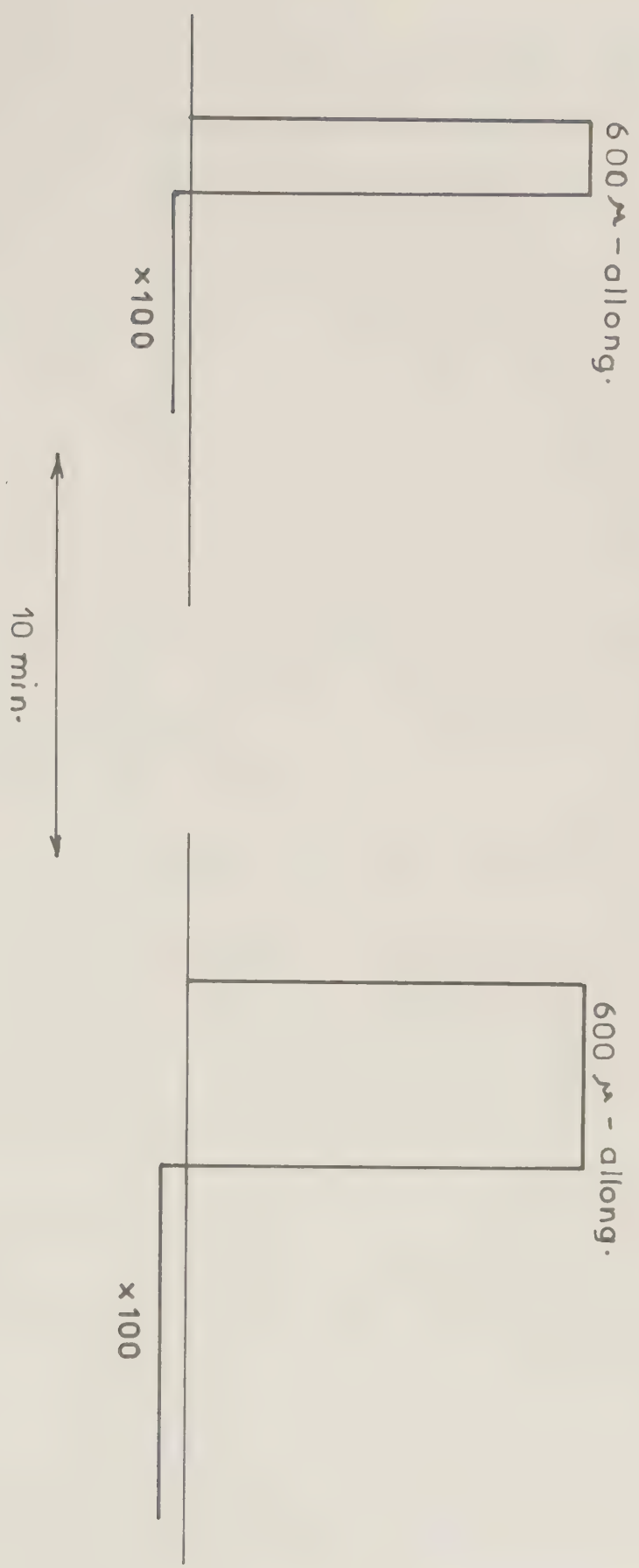


Fig. (VI-1) Relaxation après un allongement constant de
600 μ - allongement

L'appareil utilisé est un pendule de torsion fonctionnant en amortissement libre, dans le vide. La Fig (VI.2) représente schématiquement l'appareil. Le tronçon de fil en essai de longueur 3cm, sert de suspension à l'équipage mobile. Il est fixé à ses deux extrémités par une colle époxy. Le miroir avec le bras de cuivre est suffisamment léger pour que l'allongement du fil ne dépasse pas 100×10^{-6} . Le dispositif d'excitation magnétique (dispositif de lancement) est alimenté en courant continu, et commandé de l'extérieur de l'enceinte. Le miroir étant très petit, l'intensité du faisceau d'éclairage doit être très forte. C'est un faisceau laser qu'on a utilisé dans ces essais. Lorsque le pendule oscille, le rayon réfléchi balaye un angle double de l'angle total de torsion du fil. Ce rayon lumineux balaye à quelques mètres de distance, un deuxième miroir fixe qui le renvoie sur un enregistreur suiveur de spot. Les températures inférieures à l'ambiante sont obtenues à l'aide d'air liquide, et les températures supérieures à l'aide d'un chauffage électrique. La température est mesurée par un thermocouple fixé près de l'extrémité supérieure du fil.

Le frottement interne peut être calculé à partir de la relation :

$$\tan \phi = \frac{\delta}{\pi} = \frac{1}{n\pi} \ln \frac{A_i}{A_{i+n}} \dots\dots (VI.1)$$

où A_i et A_{i+n} sont respectivement la i -ième et la $(i+n)$ ième amplitude d'oscillation mesurée en amortissement libre.

L'angle de déphasage ϕ est très petit ⁽³³⁾ et donc,

$$\phi \simeq \tan \phi$$

La Fig (VI.3) représente le diagramme de phase des différentes composantes de la déformation locale.

Dans ce diagramme, on a :

$$\text{la contrainte } \sigma = \sigma_1 e^{j\omega t}$$

$$\text{la déformation élastique : } \epsilon' = \epsilon'_1 e^{j\omega t} \quad (VI.2)$$

déformation non élastique :

$$\epsilon'' = (\epsilon''_1 - i \epsilon''_2) e^{j\omega t}$$

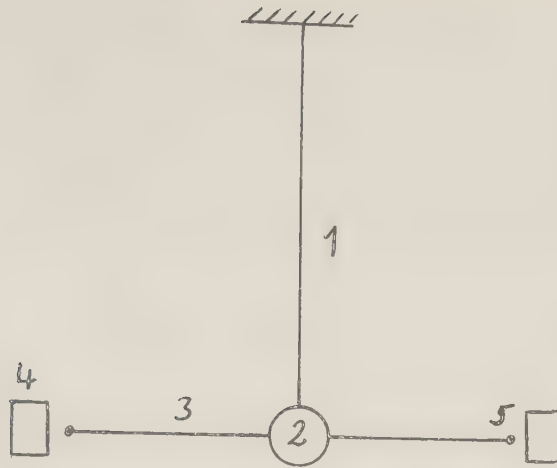


Fig. (VI.2)

Schéma de principe du pendule.

- 1 - Fil
- 2 - miroir
- 3 - bras de cuivre
- 4 - dispositif d'excitation
- 5 - masselottes magnétiques

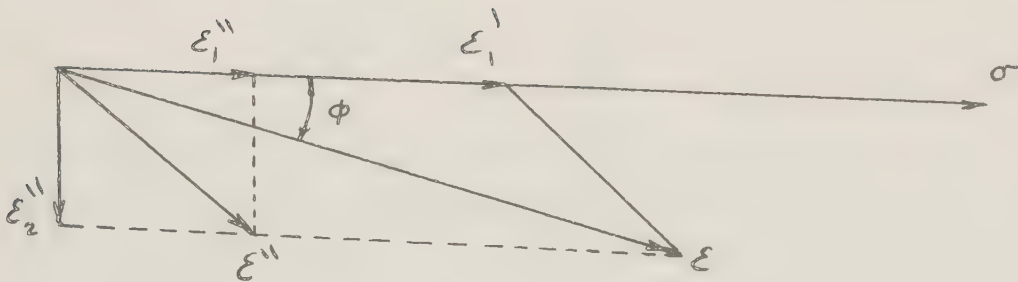


Fig. (VI.3)

Diagramme de phase des allongements différents.

Dans la dernière relation (VI.2), la déformation non élastique ϵ'' peut être séparée en deux composantes, l'une en phase avec la contrainte et l'autre en retard de 90° .

Supposons que⁽³³⁾ $|\epsilon''| \ll |\epsilon'|$ le frottement interne sera :

$$\phi \simeq \epsilon''_2 / \epsilon'_1 \dots\dots\dots (VI.3)$$

En conséquence, le frottement interne dépend (en première approximation) seulement de la composante de déformation en quadrature avec la contrainte.

Résultats expérimentaux :

A partir de l'équation (VI.1), et des mesures de la température, une relation à fréquence constante entre le frottement interne et la température peut être trouvée.

Les Fig (VI.4) et (VI.5) montrent ces relations pour deux fils de 0,05 et 0,1 mm de diamètres. Nous remarquons l'existence d'un pic à la température de 50°C . Autour de la température ambiante, est de l'ordre de 100×10^{-3} et donc, le frottement interne peut atteindre :

$$\frac{\epsilon''_2}{\epsilon'_1} = \phi = \frac{\delta}{\pi} = \frac{0,1}{\pi} = 0,032 \text{ ou } 3,2 \%$$

Nous avons vu dans le chapitre précédent (V.3) page (128) que le rapport entre la composante non élastique (fluage, maximal au moment de la décharge du fil) et la composante élastique est de l'ordre de 0,3 %. Bien que les conditions de déformation soient assez différentes, nous voyons que le frottement interne est d'importance suffisante pour expliquer le phénomène observé de trainage de la résistance.

Les causes possibles du frottement interne⁽³⁴⁾ sont nombreuses, et peuvent intervenir simultanément. Parmi les causes connues comme pouvant devenir importantes, citons :

- 1 - Les effets magnétiques qui sont exclus ici, le constantan n'étant pas ferromagnétique.

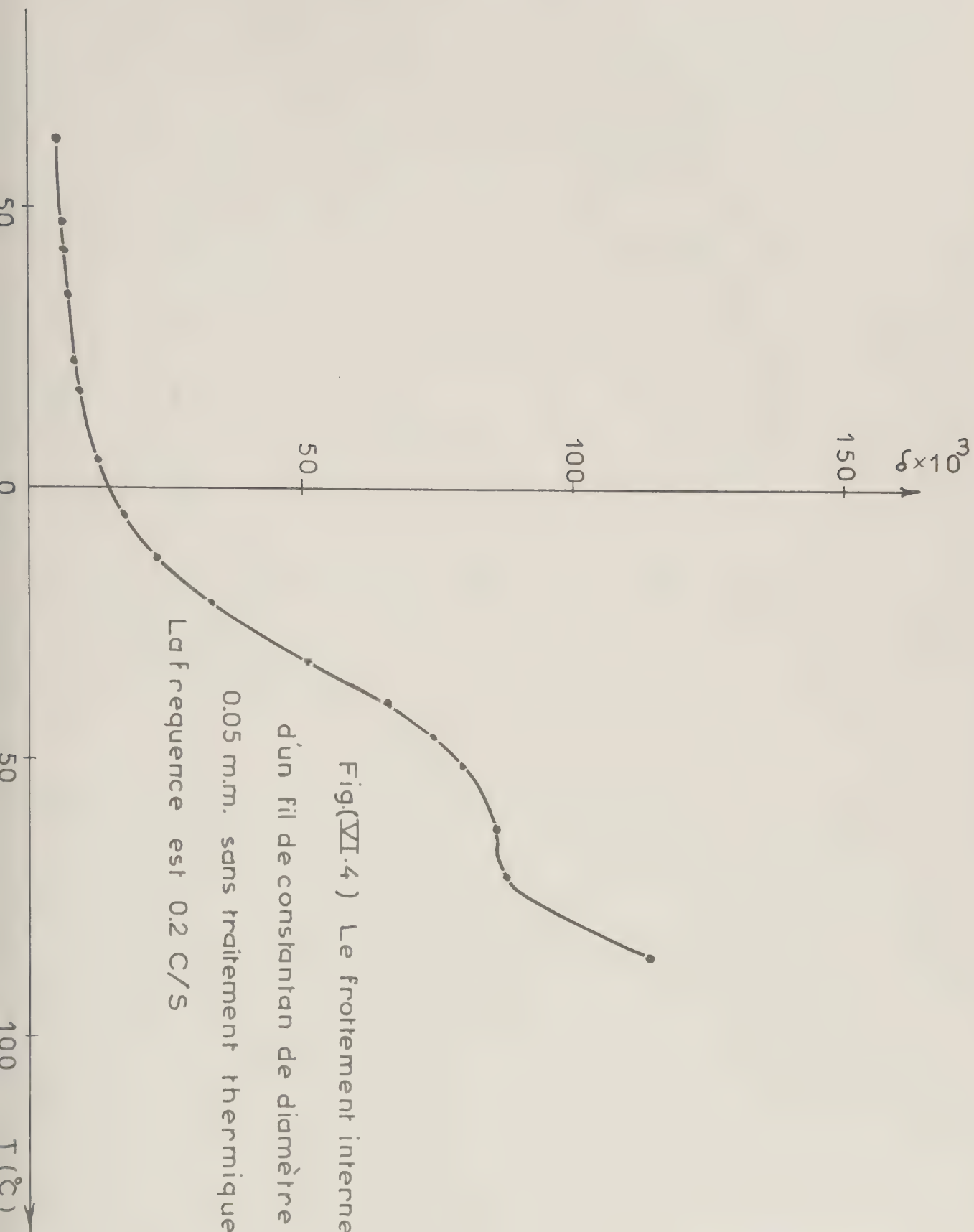
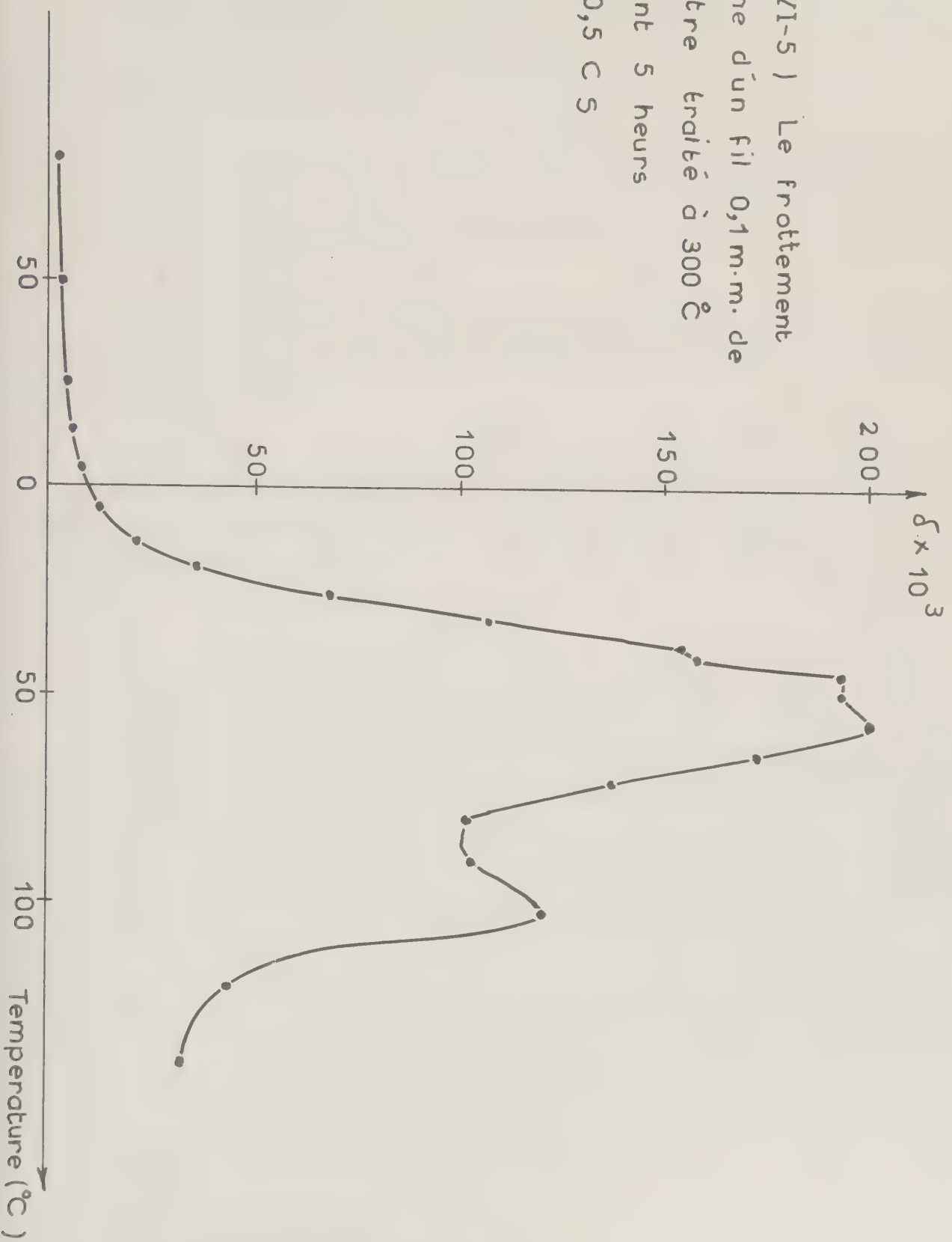


Fig. (VI-5) Le frottement interne d'un fil 0,1 m.m. de diamètre traité à 300 °C pendant 5 heures
 $f = 0,5 \text{ C S}$



- 2 - Les effets associés aux déplacements de dislocations paraissent exclus. A basse fréquence, dans le domaine élastique, leurs déplacements sont trop peu importants dans nos échantillons à grain fin. Un frottement interne dû à ces déplacements dans le domaine de MHz est au contraire probable.
- 3 - L'effet thermoélastique.
- 4 - Relaxation des contraintes à travers les joints de grains.
- 5 - Apparition de sur-structures (structure ordonnée des atomes, Ni et Cu) sous contrainte.

Les trois dernières causes sont indépendantes de l'amplitude de vibration et ZENER ⁽³⁰⁾ les regroupe globalement sous le terme "anélasticité".

Seul, parmi les causes précédemment énumérées, l'effet thermoélastique est calculable à priori. Son intervention paraît, d'emblée, vraisemblable, et la section suivante cherche à préciser si cet effet, peut suffire à expliquer les anomalies observées.

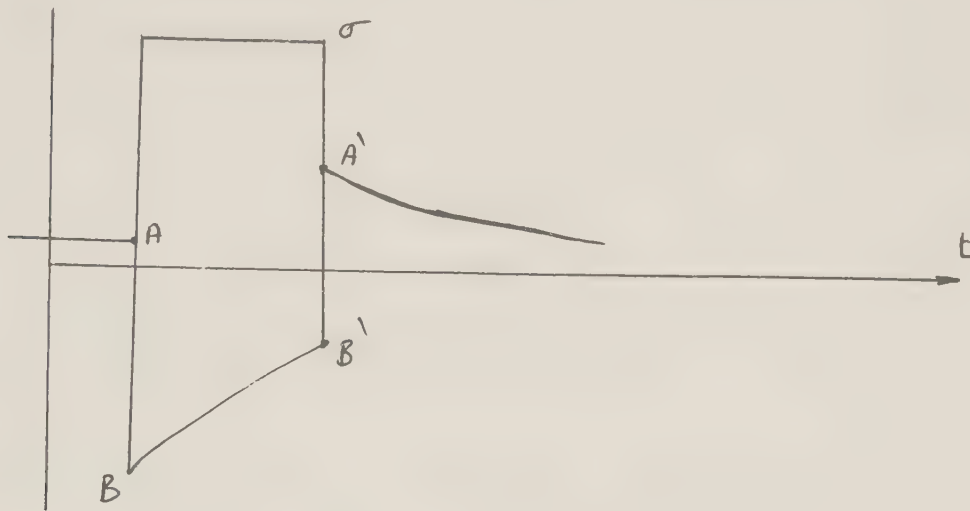
VI - 4 L'EFFET THERMOELASTIQUE DANS LES FILS NUS :

L'effet thermoélastique correspond aux échanges thermiques qui apparaissent entre le fil soumis à des contraintes variables et l'ambiante. Après un cycle complet charge/décharge, il subsiste, du fait de ces échanges, un échauffement résiduel, qui disparaît peu à peu lors du repos subséquent : un calcul thermodynamique bien classique montre qu'un fil tendu, soumis à un accroissement de tension, absorbe la chaleur, ou, s'il est isolé thermiquement, se refroidit. L'effet est entièrement calculable, à partir de la connaissance du coefficient de dilatation, du module élastique, et de la chaleur spécifique. Un phénomène inverse apparaît à la décharge. En pratique, le fil est dans une ambiance thermique qui n'est, ni parfaitement conductive ni parfaitement isolante.

Après charge, la température du fil subit une baisse immédiate puis un réchauffement progressif. Lors de la décharge, le fil part donc d'une température intermédiaire, et, immédiatement

après décharge, se retrouve à une température supérieure à l'ambiante.

Si on applique plusieurs cycles successifs, il faut tenir compte de ce que la charge et la décharge se font alors que la température moyenne du fil est différente d'où une légère différence de module élastique. Par suite $AB \neq A'B'$. Il y a alors dissipation d'énergie à chaque cycle, et un véritable frottement interne apparaît. Ce frottement interne présente la particularité de se manifester lorsque la durée de charge ou la période de cyclage, est comparable à la constante de temps des échanges thermiques entre le fil et l'ambiante.



Or les transferts thermiques qui accompagnent l'effet thermoélastique dépendent directement de la section des fils utilisés alors que les autres anomalies en sont, en principe, indépendantes. Le frottement "interne" dû à l'effet thermoélastique présente donc la particularité d'apparaître à une fréquence qui dépend des dimensions du système et de son ambiante. Il n'est donc pas aussi interne que sa dénomination pourrait le laisser croire !

A - Calcul des variations de température et de l'échauffement résiduel :

Un calcul thermodynamique bien classique donne l'abaissement de température du fil mis sous charge :

$$\Delta T = \frac{T \cdot \alpha}{C_F} \Delta F \dots\dots\dots (VI.4)$$

où T = température absolue du fil $\simeq 300^\circ K$

α = coefficient de dilatation thermique $\simeq 17 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$

C_F = capacité calorifique de l'unité de longueur
du fil

$$= 0,82 \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{cal}/^{\circ}\text{C}$$

$$= 0,82 \frac{\pi d^2}{4} \cdot 4,18 \text{ Joule}/^{\circ}\text{C}$$

$$= 2,7 d^2$$

ΔF = accroissement de tension (en newtons)

En appliquant brusquement la même contrainte σ à différents fils, les variations instantanées de température seront :

$$T = - \frac{T \cdot \alpha \cdot \sigma}{2,7 d^2} \frac{\pi d^2}{4} = K \cdot T \cdot \alpha \cdot \sigma \quad \dots(\text{VI.5})$$

où K est un coefficient qui dépend des unités et du matériau, mais est indépendant des dimensions du fil.

Par exemple, numériquement, l'abaissement de la température d'un fil de constantan ayant subi un allongement ϵ de 1000 μ -allong. sera :

$$\Delta T = \frac{300 \times 1,7 \times 10^{-5} \times 0,53 \times 0,125 \times 9,81}{1,64 \times 10^{-2}}$$

$$= 0,204^{\circ}\text{C} \quad 0,2^{\circ}\text{C}$$

Avec : $\Delta F = 0,125 \times 9,81$ Newtons (pour un fil de 0,1 mm $\emptyset$)

Pour le constantan, le coefficient de variation de résistance sous l'effet de la température est de l'ordre de $\pm 20 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$.

Pour une variation de $0,2^{\circ}\text{C}$ on a :

$$\frac{\Delta R}{R} = 4 \times 10^{-6} \quad \sim \%$$

Ceci équivaut à un allongement (ou contraction) apparent :

$$\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_{\text{app}} \simeq 8 \times 10^{-6}$$

Cette valeur, si on la compare avec les anomalies élastiques mesurées, paraît bien au départ, suffisante pour expliquer ces anomalies. Encore faut-il y regarder de plus près et voir ce qui se passe après un cycle.

B - Le taux de dissipation de l'échauffement résiduel :

Le transfert de chaleur entre le fil et l'enceinte thermostatée peut s'effectuer par conduction à travers l'air, convection (naturelle), rayonnement, et enfin par conduction vers les deux extrémités du fil. L'analyse de ce phénomène complexe de transfert de chaleur est considérablement simplifiée, dans la mesure où le fil pourra être considéré comme isotherme. Pour discuter la validité de cette approximation, les constantes de temps de diffusion de la chaleur (en travers et en long) dans le métal du fil doivent être évaluées. Si ces constantes de temps sont bien inférieures à la constante de temps de diffusion de chaleur du fil au thermostat, l'approximation sera valable

La constante de temps transversale est donnée en première approximation par :

$$\tau = \frac{d^2}{D} \dots\dots\dots (VI.6)$$

où d = diamètre du fil

$$D = \text{diffusivité thermique du métal du fil} \\ = \lambda / \rho C_f$$

Pour le constantan :

$$\lambda = 0,056 \quad \text{Cal/sec. Cm. } ^\circ\text{C}$$

$$\rho C_f = 0,82 \quad \text{Cal/cm}^3 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\text{d'où : } D = 0,068 \quad \text{cm}^2/\text{sec.}$$

Pour le fil de 0,1 mm de diamètre, on a :

$$= \frac{d^2}{D} = \frac{(0,01)^2}{0,068} = 1,85 \times 10^{-3} \text{ sec.}$$

$$\approx 2 \text{ m.sec.}$$

Il apparaît déjà que le fil peut vraisemblablement être considéré comme pratiquement isotherme dans sa section droite. Les échanges longitudinaux à première vue moins importants, et leur "constante de temps" seront considérés plus loin. Nous allons plutôt analyser d'abord les différents modes de transfert de chaleur du fil au thermostat.

- Convection naturelle (et rayonnement) :

Le fil étant très mince, par rapport à sa longueur, nous pouvons apparemment, l'assimiler à un cylindre infiniment long. De plus, la capacité calorifique du fil par unité de longueur, compte tenu de son diamètre, est de l'ordre de 100 à 1000 fois plus faible que celle de l'air qui l'entoure. Nous pouvons donc, avec une approximation raisonnable, utiliser les formules relatives au cas, bien étudié, du cylindre vertical en milieu infini.

Remarquons toutefois que ces formules ont été établies par leurs auteurs pour la convection naturelle en régime permanent et que leur application au régime transitoire est très discutable. Nous nous contenterons, faute de mieux, de cette dernière approximation, si grossière soit-elle.

La chaleur élémentaire échangée par le fil se met sous la forme :

$$dQ = A h_s (\theta - \theta_a) dt \dots\dots\dots (VI.7)$$

où h_s = coefficient de transfert superficiel de la chaleur.

A = surface latérale du fil (par unité de longueur)

θ_a = température de l'air, loin du fil, donc :

$$-\rho C_p a d\theta = A h_s (\theta - \theta_a) dt$$

$$- \int_0^\theta \frac{d\theta}{\theta - \theta_a} = \frac{A h_s}{\rho C_p a} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{\theta_0 - \theta_a}{\theta - \theta_a} = \frac{A h_s}{\rho C_p a} t = \alpha t \dots\dots\dots (VI.8)$$

$$\frac{A}{a} = \frac{2 \pi r \times 1}{\pi r^2} = \frac{2}{r}$$

$$\alpha = \frac{2 h_s}{\rho C_p r} = \frac{2 h_s}{C_F r} \dots\dots\dots (VI.9)$$

La littérature donne des relations plus ou moins simplifiées basées sur l'analyse dimensionnelle, applicables à des surfaces verticales ; le coefficient de transfert superficiel par convection se met sous la forme :

$$h_c = C' \Delta \theta^n / L^{1-3n}$$

Les coefficients C' et n de cette formule dépendent de la variable sans dimensions X définie par :

$$X = N_{Gf} \cdot N_{pf} = \left[L^3 \rho_f g \beta_f \Delta \theta / \mu_f^2 \right] \cdot \left[\frac{C_p \mu}{\lambda} \right]$$

(N_{Gf} et N_{pR} sont les nombres de Grashof et Prandtl).

δ est l'épaisseur du film d'air à la température $\frac{\theta_s + \theta_a}{2}$

Pour X compris entre 10^9 et 10^{12} (écoulement turbulent)

$$h_c = 1,1 \Delta \theta^{\frac{1}{3}}$$

Pour X compris entre 10^4 et 10^9 (écoulement laminaire)

$$h_c = 1,22 \left(\frac{\Delta \theta}{L} \right)^{0,25}$$

Pour obtenir X on utilise le graphe donné par Mc Adams⁽³³⁾ page (195) qui représente la variation de :

$$\psi(\theta_f) = \rho g \beta C_p / \mu \lambda$$

en fonction de la température du film pour de l'air à la pression atmosphérique normale.

Dans notre cas, la température est à peu près $17 + 273 = 290^\circ K$

$$\Psi = 6 \times 10^7$$

Donc :

$$\begin{aligned} X &= 6 \times 10^7 L^3 \Delta\theta \\ &= 6 \times 10^7 (0,53)^3 0,2 \\ &= 1,8 \times 10^6 \end{aligned}$$

Par suite, nous sommes dans le cas de l'écoulement laminaire et h_C est donné par :

$$h_C = 1,22 \left(\frac{\Delta\theta}{L} \right)^{0,25}$$

Nous voyons que h_C dépend de $\Delta\theta$. En toute rigueur, l'intégration de l'équation du transfert de chaleur effectuée plus haut en supposant h constant n'est donc pas légitime.

En fait, la variation de h avec $\Delta\theta$ est peu marquée, et l'erreur ne sera pas trop grave, en introduisant dans le calcul de h une valeur moyenne raisonnable de $\Delta\theta$, soit :

$$\Delta\theta = 0,2^\circ\text{C}$$

Avec : $L = 0,53 \text{ m}$

On trouve : $h_C = 1,22 \left(\frac{0,2}{0,53} \right)^{0,25} = 0,95$

On peut tenir compte, au passage, de la contribution du rayonnement même en prenant un facteur total d'émission de 0,9 ce qui est sûrement exagéré :

$$h_r^o = \frac{4,88 (2,902^4 - 2,900^4)}{290,2 - 290} \cdot 0,9 = 0,063$$

On voit que le rayonnement est à peu près négligeable devant la convection.

Nous prendrons, en arrondissant les valeurs numériques :

$$h_s = h_C + h_r = 1 \text{ K cal/h.m}^2\text{C}$$

En reportant dans les équations (VI.8) et (VI.9) :

$$\alpha = \frac{2h_s}{C_F r}$$

$$= \frac{0,2}{3600 \times 0,82 \times 0,01} = \frac{1}{150}$$

Et, la pseudo-constante de temps correspondant à la convection et au rayonnement sera :

$$\tau = \frac{1}{\alpha} \simeq 150 \text{ sec.}$$

Vu la longueur de cette constante de temps, l'approximation consistant à calculer la convection par des formules valables pour le régime permanent ne devrait pas être trop mauvaise.

- Conduction longitudinale à travers les deux extrémités du fil :

Calculons-la, pour simplifier, comme si elle intervenait seule.

L'équation de diffusion de la chaleur s'écrit (toujours en considérant la section droite du fil comme isotherme) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = h \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \dots\dots\dots (VI.10)$$

Les conditions aux limites sont :

$$1^\circ / \theta = 0 \quad \text{à} \quad \begin{matrix} x = 0 \\ x = 2d \end{matrix} \quad \text{quel que soit } t$$

$$2^\circ / \theta = \theta_d \quad \text{à} \quad t = 0 \quad \text{pour} \quad 0 < x < 2d$$

Essayons de séparer les variables, et posons :

$$\theta = T(t) \cdot X(x)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = T' \cdot X$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = T \cdot X''$$

$$T' \cdot X = h \cdot T \cdot X''$$

$$\frac{X''}{X} = \frac{T'}{hT}$$

Or X est fonction de x seulement et T est fonction de t seulement.
Les 2 membres de l'équation précédente sont donc constants et nous posons :

$$\frac{X''}{X} = -\alpha^2 = \frac{T'}{hT}$$

$$X'' + \alpha^2 X = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$T' + \alpha^2 h T = 0 \dots\dots\dots (2)$$

Les solutions des équations (1) et (2) sont :

$$X = B \cos \alpha x + C \sin \alpha x$$

$$T = A e^{-\alpha^2 h t}$$

donc :

$$\theta = A e^{-\alpha^2 h t} (B \cos \alpha x + C \sin \alpha x)$$

pour $x = 0$ $\theta = 0$ et donc $B = 0$ et θ sera :

$$\theta = b_1 e^{-\alpha^2 h t} \sin \alpha x$$

et $\theta(2d, t) = 0$ donc $2d \alpha = n \pi$ au $\alpha = \frac{n \pi}{2d}$

$$\theta = \sum b_n \cdot e^{\left(\frac{n \pi}{2d}\right)^2 h t} \cdot \sin \frac{n \pi x}{2d}$$

Les coefficients b_n sont ceux de la série de Fourier en sinus :

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{2d} \int_0^{2d} f(x) \sin \frac{n \pi x}{2d} dx \\ &= \frac{2}{\pi} \theta_d \left[\frac{1}{n} (1 - \cos n \pi) \right]; n = \text{pair} \quad b_n = 0 \\ &\qquad\qquad\qquad n = \text{impair} \quad b_n = \frac{4d}{n} \\ &= \frac{4}{2n-1} \theta_d \end{aligned}$$

$$\theta = \frac{4 \theta_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\left[\frac{(2n-1)^2}{2d}\right]ht} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2d}$$

..... (VI.11)

L'équation (VI.11) donne la température θ le long du fil en fonction du temps t .

Faisons le calcul numérique pour le fil de 0,1 mm de diamètre :

$$h = 0,068 \text{ cm}^2/\text{sec.}, \quad 2d = 53 \text{ cm.}, \quad \left(\frac{\pi}{2d}\right)^2 h = 2,45 \times 10^{-4}/\text{sec.}$$

Au point au milieu du fil ($x = d$), la température sera :

$$\begin{aligned} \theta_{p.m} &= \frac{4 \theta_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-(2n-1)^2 \cdot 2,45 \times 10^{-4}t}}{2n-1} \sin\left[(2n-1)\frac{\pi}{2}\right] \\ &= \frac{4 \theta_d}{\pi} (e^{-2,42 \times 10^{-4}t} - \frac{1}{3} e^{-22 \times 10^{-4}t} + \dots) \end{aligned}$$

Donc, on peut déduire que l'écart de température du milieu sera diminué de moitié au bout du temps :

$$t = \frac{1}{2,45 \times 10^{-4}} = 4100 \text{ sec.}$$

Ce temps est très long, ce qui veut dire que les échanges par conduction longitudinale sont négligeables, sauf près des extrémités du fil, (jusqu'à des distances de l'ordre peut être de 10 fois le diamètre). Ceci justifie l'approximation faite (fil isotherme sur toute sa longueur) dans le calcul de la convection, et, dans la calcul qui va suivre, de la conduction à travers l'air.

- Conduction de la surface du fil vers l'enceinte thermostatique à travers l'air :

Nous avons déjà vu que la capacité calorifique de l'air était, par unité de longueur du système, beaucoup plus grande que celle du fil : la fraction de la quantité de chaleur, perdue par le fil, susceptible d'atteindre la paroi de l'enceinte, est

faible. Nous sommes donc pratiquement en présence du problème de la conduction radiale, en régime transitoire, dans un milieu infini, à partir d'une source cylindrique, problème dont une solution analytique est probablement possible. Nous avons néanmoins préféré utiliser un calcul numérique pas à pas, basé sur une division de l'espace entourant le fil en cellules cylindriques emboîtées, l'enceinte thermostatée constituant la dernière cellule. La chaleur est transmise par conduction d'une cellule à la suivante, à un taux variable, mais qu'on suppose constant durant chacun des intervalles de temps successifs (pas forcément égaux).

Le fil a un rayon r_1 et une surface latérale par unité de longueur A_1 . La distance entre le fil et la paroi du thermostat est divisée en couches successives d'épaisseur (pas forcément égales) Δr . Les couches ont des rayons intérieurs $r_2, r_3, \dots, r_n$ Fig.(VI.6)

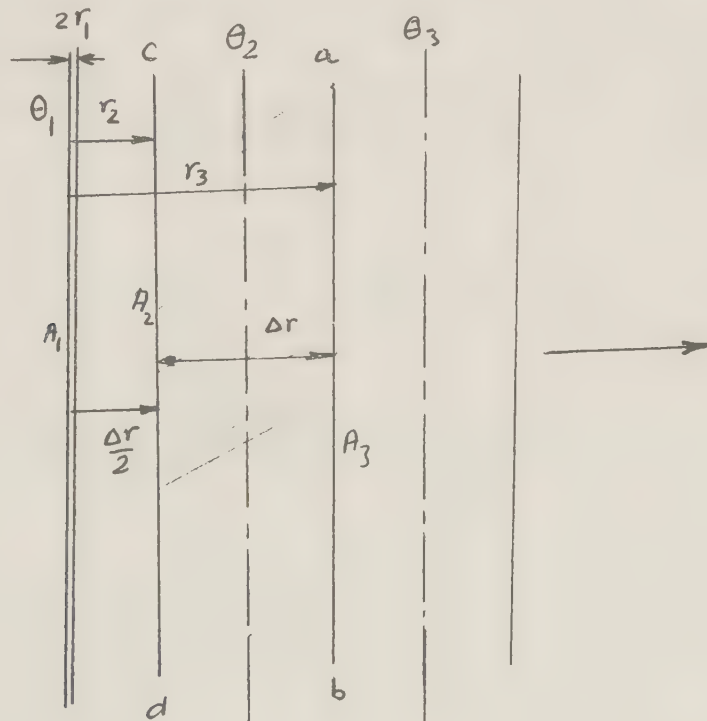


Fig. (VI.6)

Notations utilisées dans le calcul de la conduction autour d'un fil.

La température du fil est constante sur toute sa longueur θ_1 . La quantité de chaleur qui traverse la surface externe ab de la couche en direction de la flèche est :

$$\Delta Q = \frac{\lambda A_3}{\Delta r} (\theta_{21} - \theta_{31}) \Delta t$$

Le premier indice après θ correspond au numéro de la couche, et le deuxième au numéro de l'intervalle de temps.

La quantité de chaleur qui traverse la surface interne cd de la couche est :

$$\Delta Q' = \frac{\lambda A_2}{\Delta r} (\theta_{11} - \theta_{21}) \Delta t$$

La différence entre ces deux quantités représente la chaleur restant dans la couche a b c d , donc :

$$\frac{\lambda A_2}{\Delta r} (\theta_{11} - \theta_{21}) \Delta t - \frac{\lambda A_3}{\Delta r} (\theta_{21} - \theta_{31}) \Delta t = C_{pa}' V (\theta_{22} - \theta_{21})$$

Dans laquelle :

C_{pa}' est la chaleur spécifique volumique de l'air :

$$V = \pi (r_3^2 - r_2^2) \times 1 = \pi \{ (r_2 + \Delta r)^2 - r_2^2 \} = \pi \Delta r \{ 2r_2 + \Delta r \}$$

donc :

$$\frac{\lambda \Delta t}{\Delta r} \{ A_2 \theta_{11} - \theta_{21} (A_2 + A_3) + A_3 \theta_{31} \} = C_{pa}' \pi \Delta r (2r_2 + \Delta r) (\theta_{22} - \theta_{21})$$

d'où nous tirons :

$$\theta_{22} = \frac{\lambda \Delta t}{\pi C_{pa}' \Delta r^2} \left\{ \frac{A_2 \theta_{11} - (A_2 + A_3) \theta_{21} + A_3 \theta_{31}}{2r_2 + \Delta r} \right\} + \theta_{21}$$

Alors, généralement, la température de la couche i , à l'époque de l'intervalle de temps j , sera :

$$\theta_{ij} = \frac{C_1 \{ A_i \theta_{i-1,j-1} - \theta_{i,j-1} (A_i + A_{i+1}) + A_{i+1} \theta_{i+1,j-1} \}}{2r_i + \Delta r} + \theta_{i,j-1}$$

..... (VI.12)

dans laquelle :

$$C_1 = \frac{\lambda \Delta t}{\pi C_{pa}' \Delta r^2}$$

La quantité de chaleur extraite du fil pendant le j-me intervalle

de temps est donné par :

$$Q_j = \frac{\lambda A_2 \Delta t}{\Delta r} \left\{ \theta_{1,j-1} - \theta_{2,j-1} \right\}$$

La quantité de chaleur totale extraite du fil jusqu'à la fin de l'intervalle de temps Δt_j est :

$$Q_j = Q'_j + Q_{j-1}$$

Si la température initiale du fil est θ_C , celle à la fin de l'intervalle Δt_j est :

$$\theta_{1,j} = \theta_C \frac{Q_0 - Q_j}{Q_0} \dots\dots\dots (VI.13)$$

Q_0 est la quantité de chaleur emmagasinée initialement dans le fil :

$$Q_0 = C'_{PC} \pi r_1^2 \theta_C$$

On a les valeurs numériques suivantes :

$$\theta_C = 0,2^\circ\text{C}$$

$$\lambda = 6 \times 10^{-6} \text{ K cal m/sec m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$C'_{pa} = 0,288 \text{ K cal/m}^3 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$C'_{pC} = 820 \text{ K cal/m}^3 \text{ }^\circ\text{C}$$

Le diamètre intérieur du tube thermostatique est $D = 23 \text{ cm}$.

La méthode de calcul numérique pas à pas a d'abord été essayée en conduisant le calcul à la main, pour les premières couches et les premiers intervalles de temps (tableau ci-dessous). Un programme de calcul pas à pas sur ordinateur, en langage Fortran IV a ensuite été écrit et passé sur machine (voir annexe II).

Le programme a été passé quatre fois avec des valeurs différentes des Δr et Δt , afin de voir dans quelle mesure l'utilisation des cellules finies modifiait les résultats numériques.

Nous avons finalement utilisé des intervalles de temps uniformes $t = 20$ millisecondes, et des intervalles Δr égaux à 1 mm jusqu'au vingtième, puis à 3 mm à partir du 20e.

Les résultats numériques sont sortis sous forme de tableau à double entrée pour chaque fil. Le début du tableau (obtenu à la main) relatif au fil de 0,1 mm est reproduit ci-dessous à titre d'exemple.

$j \backslash i$	1	2	3	4	5
1	0,2				
2	0,187	0,043			
3	0,178	0,0475	0,135		
4	0,1695	0,055	0,017	0,0047	
5	0,163	0,0568	0,0226	0,0067	0,0016

$\Delta r = 1$ mm

et

$\Delta t = 20$ millisecondes

La première colonne donne, les températures successives du fil. Les courbes de la Fig (VI.7) représentent la variation de température du fil (calculée sur machine) en fonction du temps pour les différents fils.

On voit que la rapidité des échanges par conduction dépend très fortement du diamètre du fil : les pseudo-constantes de temps sont respectivement de 0,15 , 0,6 et 4 secondes pour les fils de diamètres respectifs 0,05 , 0,1 et 0,25 mm. Nous voyons donc que l'échange de chaleur par conduction à travers l'air est, de très loin, le processus d'échange le plus rapide, et que nous pouvons négliger tous les autres, y compris la convection. L'approximation faite au départ (fil isotherme pratiquement dans tout son volume à un instant donné quelconque) est entièrement justifiée.

Les constantes de temps thermiques ainsi calculées sont notablement inférieures aux durées caractéristiques du trainage de résistance observé sur les jauges nues. Un calcul précédent avait montré que l'amplitude de l'effet thermoélastique était cer-

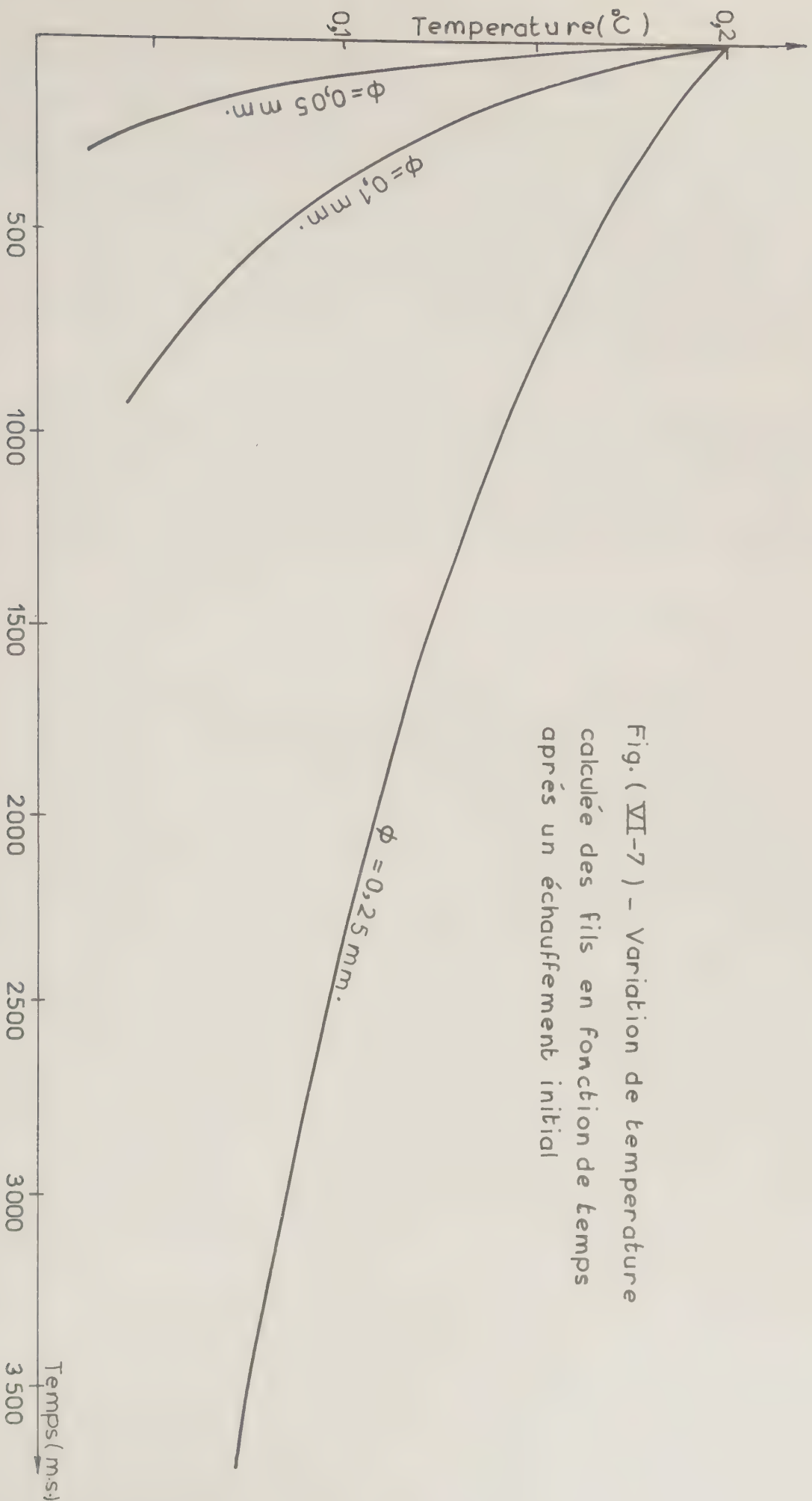


Fig. (VI-7) - Variation de temperature
calculée des fils en fonction de temps
après un échauffement initial

tainement suffisante pour produire une anomalie importante dans la réponse transitoire des jauges; mais la rapidité du retour à l'équilibre thermique est telle que cette anomalie n'est importante que pendant les toutes premières secondes (sauf pour le fil le plus gros), où l'enregistrement est impossible avec l'appareillage et la méthode utilisée. L'effet thermoélastique ne suffit donc pas à expliquer les effets observés, dont la cause se situe donc au niveau des propriétés mécaniques du métal de la jauge.

Cette conclusion est très importante mais elle repose entièrement sur la validité de notre évaluation théorique du temps d'établissement de retour à l'équilibre thermique des jauges. C'est pourquoi, dans la section suivante, nous avons entrepris de mesurer directement ces temps.

VI - 5 MESURE DU TEMPS D'ETABLISSEMENT DE L'EQUILIBRE THERMIQUE DES JAUGES NUES :

Le moyen utilisé consiste à appliquer une impulsion de chaleur au fil, en observant l'évolution ultérieure de sa résistance utilisée comme thermomètre. Cette impulsion de chaleur est obtenue, en déchargeant dans la diagonale d'alimentation du pont (déjà alimentée sous 2 volts en régime permanent), un condensateur de 2500 μ F préalablement chargé sous 4 volts. Le condensateur est branché en parallèle sur la source normale d'excitation du pont. Le pont utilisé se compose d'un seul fil actif et de trois résistances bobinées. Les résistances sont en fil de constantan de section assez forte, de manière à augmenter leur inertie thermique. Elles sont de plus immergées dans un bain d'huile.

Nous évaluons l'inductance parasite de ces résistances par la formule empirique suivante ⁽³⁶⁾

$$L = \frac{a^2 n^2}{23a + 25b} (\mu - H)$$

On a :

$a = 0,5 \text{ cm}$

$b = 10 \text{ cm}$

$n = 50 \text{ spires}$

Donc : $L \simeq 2,5 \mu H$

La période des oscillations éventuelles du circuit est très courte ($\approx 10^{-5}$ sec).

La constante de temps de chaque résistance vaut :

$$\frac{L}{R} = \frac{2,5}{120} \simeq 0,02 \text{ u secondes.}$$

La décharge du condensateur est donc pratiquement instantanée.

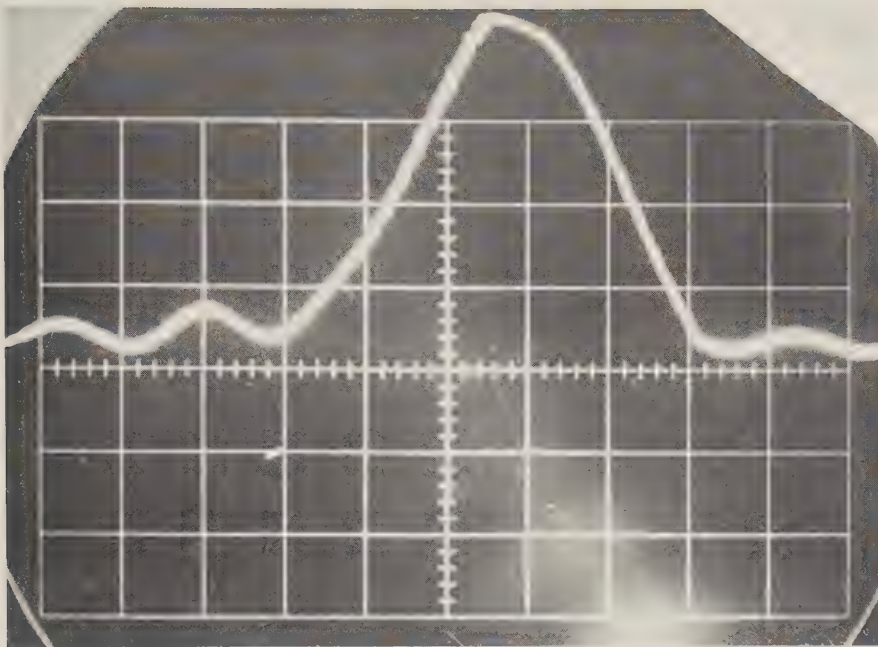
Deux types d'essais ont été faits, en appliquant l'impulsion de chaleur sous contrainte constante, et sous extension constante. Les deux types d'essais ont donné des oscillogrammes à peu près semblables. La figure (VI.8) les reproduit pour un fil de 0,1 mm de diamètre. L'échelle des temps est de 0,1 sec. par division.

Le temps de retour à l'équilibre thermique est de l'ordre de 0,3 sec, en accord raisonnable avec l'évaluation théorique (0,6 sec.).

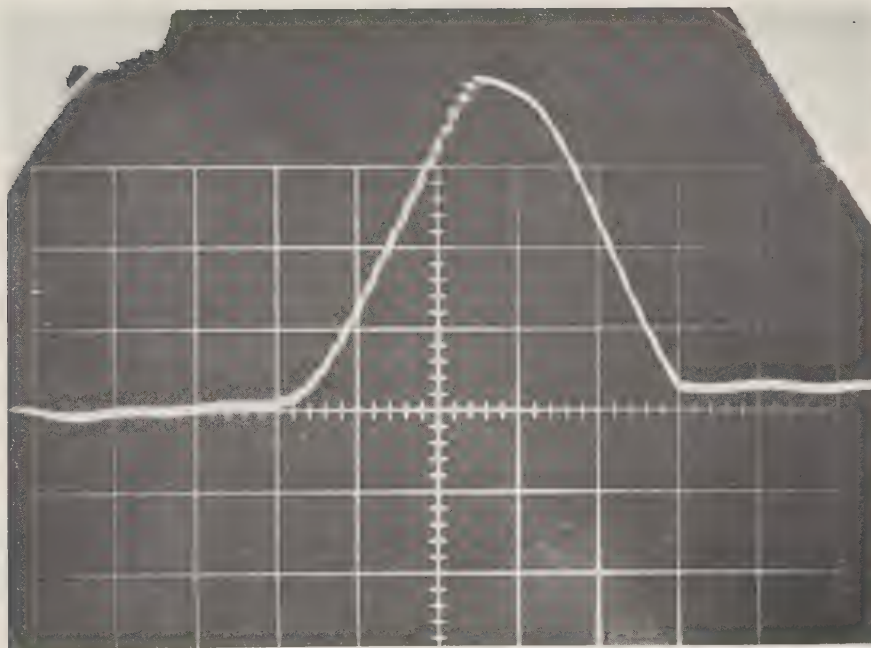
VI - 6 LE FROTTEMENT INTERNE DANS LES MATERIAUX EPOXY :

Les polymères organiques utilisés comme film support des jauges, et comme matériaux de collage ont, notoirement, des propriétés élastiques médiocres. Nous avons déjà vu (chap IV) que, néanmoins, du fait sans doute de leur extrême minceur, ils ne contribuent de manière appréciable aux anomalies de réponse de ponts de jauges que dans ces cas exceptionnels (matériau support doué d'une élasticité exceptionnelle, ou d'épaisseur exceptionnellement faible, ou encore jauge mal collée). Nous avons néanmoins entrepris la mesure du frottement interne, à basse fréquence, dans un matériau de collage, de type époxy, sous forme massive. Des échantillons ont été usinés, après polymérisation dans des conditions de traitement thermique similaires à celles du collage de jauges. Ces échantillons ont pour dimensions 50 x 4 x 1 mm. L'appareil utilisé est un pendule de torsion du laboratoire de Mr. GOBIN à l'I.N.S.A. de Lyon. Dans ce pendule, il existe un asservissement d'entretien pour conserver l'amplitude constante. C'est alors l'énergie nécessaire pour rétablir l'amplitude après chaque cycle qui est mesurée, et qui permet de calculer le frottement interne :

$$\text{On a : } \frac{1}{Q} = \delta = \frac{\Delta W}{2W} \dots\dots\dots (VI.14)$$



a



b

Fig. (VI-8) Variation de la résistance d'un fil de 0,1 mm.
de diamètre apres la décharge du condensateur
(a) le fil est sous contrainte constante
(b) le fil est sous extension constante
echelle de temps est 100 m.sec par carré

où ΔW est l'énergie perdue par cycle.

W l'énergie de vibration au commencement du cycle.

L'appareil est équipé avec un enregistreur multi-voies qui enregistre le frottement interne, la période d'oscillation, la température, et l'amplitude. Un étalonnage pour la mesure du frottement interne est nécessaire assez fréquemment. Cet étalonnage se fait en supprimant l'asservissement d'entretien, et en enregistrant l'amortissement d'amplitude avec un suiveur de spot. On obtient ainsi une courbe d'étalonnage entre le frottement interne, et le signal de sortie de la voie correspondante de l'enregistreur.

A partir de cette courbe d'étalonnage et de l'enregistrement multi-voies, on peut noter la courbe température/frottement interne.

La courbe de la Fig (VI.10) représente le frottement interne ainsi mesuré dans un échantillon époxy. La période d'oscillation T (qui correspond sensiblement à la résonance du système oscillant) évolue de 1,4 sec à 120°K, à 3 sec à 320°K. Le frottement interne ainsi mesuré est, comme prévu, très élevé, surtout lorsque la température s'élève au-dessus de l'ambiante; un collage le plus mince possible, et surtout un traitement de polymérisation fait avec soin, sont donc essentiels.

VI.- 7 CONCLUSION -

Le phénomène de trainage de résistance de la jauge nue est donc dû, pour l'essentiel, et sauf à très court terme, à des effets purement mécaniques (fluage et hystérésis).

Les mesures de frottement interne confirment que ce frottement suffit à expliquer le phénomène constaté. En effet, la courbe de variation de frottement interne avec la température à fréquence constante comprise entre 2 à 4 Hz, montre un "pic" à la température de 50°C, quel que soit le diamètre de l'échantillon. Ce pic n'est donc pas celui de l'effet thermoélastique, dont la position dépendrait fortement des dimensions.

De toute façon, l'amplitude du frottement interne mesuré, à la température ambiante, est du même ordre de grandeur que l'anomalie de réponse des jauges, à des fréquences comparables

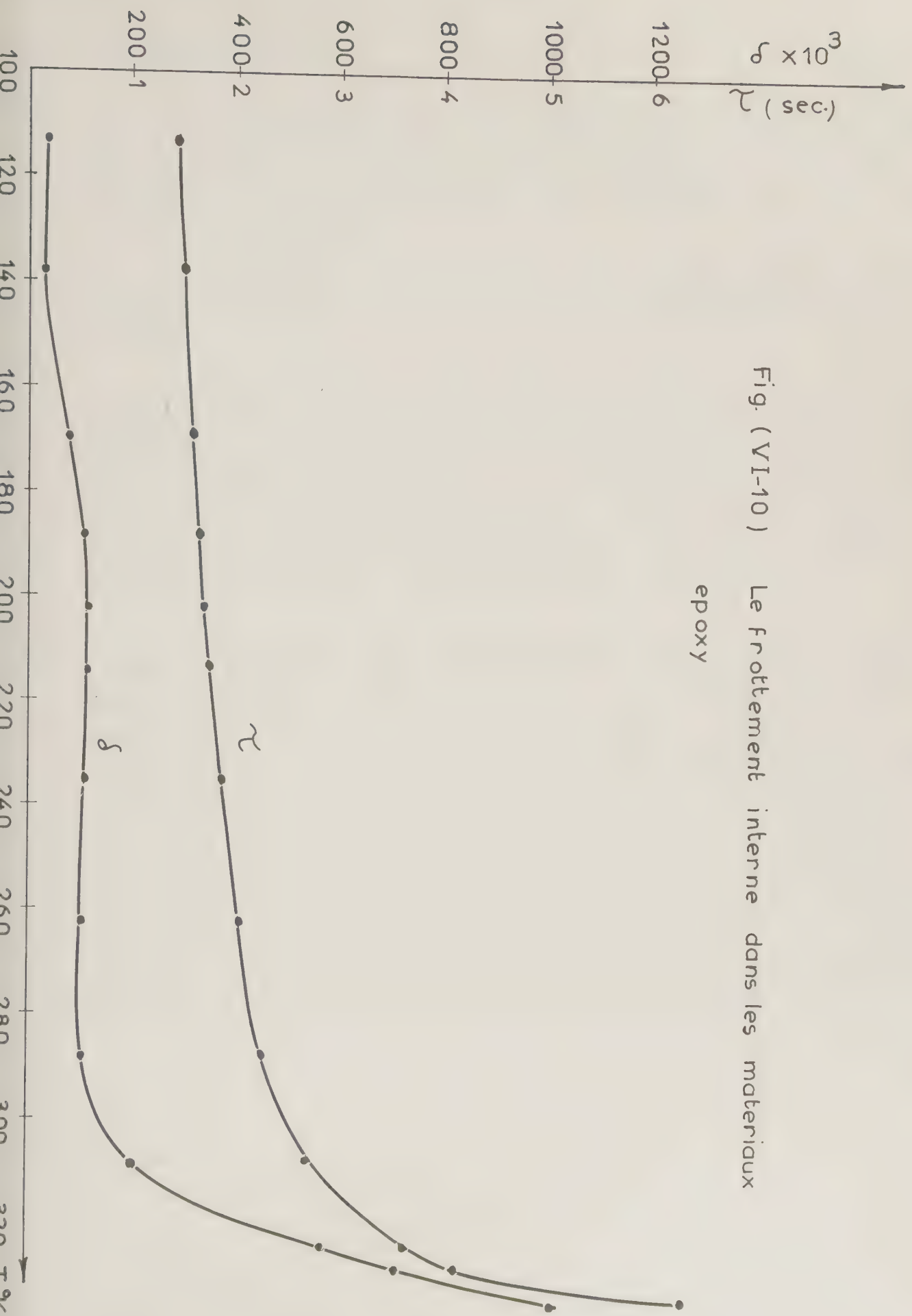


Fig. (VI-10) Le frottement interne dans les matériaux epoxy

(quelques pour cent).

La contribution de l'effet thermoélastique est certainement d'un ordre de grandeur au moins égal, mais ne peut rester importante, sur les fils nus, qu'à une échelle de temps plus courte que celle de nos mesures.

Ce point est confirmé par le fait que les mesures à cycle d'allongement imposé ne présentent aucune anomalie ni évolutive visible.

Dans les jauges collées, les constantes de temps d'échange thermique sont encore beaucoup plus courtes, se chiffrant en millisecondes, et l'effet thermoélastique de la jauge ne peut intervenir (peut être) que dans des mesures de vibration. Il paraissait tentant d'expliquer le "fluage négatif" observé après charge et décharge sur les cellules dynamométriques "Instron" par un coefficient de température négatif de la résistance.

De tels coefficients négatifs sont possibles; ils ont été observés expérimentalement par Richon⁽³⁷⁾, justement sur des couches minces de Cu Ni. Mais, sous cette forme, l'explication ne tient pas, à cause de la brièveté des échanges thermiques entre jauge et poutre support. Par contre, l'effet thermoélastique du matériau support joue à plein dans le cas des jauges collées, avec des constantes de temps qui peuvent être très longues pour des matériaux massifs. Le fluage négatif observé provient apparemment de l'échauffement initial de la poutre élastique après un cycle charge/décharge, échauffement qui est transmis aux jauges. Si le coefficient de température de leur résistance est légèrement négatif, les résultats obtenus s'expliquent très simplement.

CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Il'est bien connu que les jauges de contrainte sont, malheureusement, aussi, d'excellents thermomètres : c'est pourquoi, les ponts d'extensométrie d'usage courant ne recherchent pas l'obtention de sensibilités nettement meilleures que 10^{-5} . Moyennant quelques simples précautions de bon sens (contrôle thermostatique, bonne symétrie thermique des montages, emploi des jauges auto-compensées), les dérives thermiques peuvent être ramenées, sans gros problèmes, très au-dessous de 10^{-6} , surtout pour des mesures de courte durée, même avec des ponts de mesure artisanaux alimentés en courant continu.

Les anomalies observées dans la réponse transitoire des jauges de contrainte sont, le plus souvent, le simple reflet fidèle des anomalies élastiques du matériau sur lequel elles sont collées. Ces anomalies atteignent couramment plusieurs pour cent de l'allongement élastique. Leurs constantes de temps sont très variables, une petite partie de ces anomalies peut être attribuée à l'effet thermoélastique dans le matériau support. Moyennant quelques précautions classiques d'emploi, les jauges de contrainte mériteraient d'être largement utilisées en métallurgie, pour la mesure directe des anomalies élastiques et du microfluage.

- Les anomalies de réponse transitoire des jauges à fils nus tendus sont très faibles, de l'ordre du millième de l'allongement élastique. Elles sont comparables à celles relevées sur les meilleurs capteurs commerciaux à jauges collées.
- Ce n'est que pour des matériaux de base de qualité élastique exceptionnelle que les défauts de la réponse peuvent être attribués aux jauges proprement dites.

- Malgré la médiocrité de leurs propriétés mécaniques, les matériaux de collage, et les films support des jauges n'ont qu'un rôle secondaire dans les anomalies observées, dans tous les cas normaux d'emploi.
- L'emploi de lames élastiques à support très minces, pourtant souhaitable pour la construction de dynamomètres ou de manomètres très sensibles, est néanmoins à éviter, voire à proscrire, dès que l'épaisseur du collage cesse d'être très faible vis à vis de l'épaisseur de l'élément élastique.
- L'effet de l'humidité sur les jauges n'est pas dû à la détérioration de l'isolement mais très probablement à un effet mécanique (gonflement du film support).
- Les anomalies de réponse des jauges nues à fils tendus sont dues, pour l'essentiel, aux anomalies du comportement élastique des fils. La contribution de la variation de résistivité du métal de la jauge n'est pas mesurable. L'évolution de la résistance de ces jauges correspond strictement, à la précision de nos mesures, à l'évolution de leurs dimensions mécaniques (sauf une contribution, à très court terme, de l'effet thermoélastique).
- Les échanges thermiques entre jauges collées et support sont extrêmement rapides (quelques millisecondes au plus) : ceux entre jauges à fils nus tendus et l'ambiance sont plus lents, mais encore très rapides (0,1 seconde).
- L'effet thermoélastique des jauges proprement dites n'apporte qu'une contribution faible (quelques millièmes de l'allongement élastique) et de très courte durée, surtout pour les jauges collées. L'effet thermoélastique du matériau support peut être nettement plus gênant, dans les mesures les plus précises. Il reste à peu près négligeable dans l'usage courant.

ANNEXE I

SOLUTION DE L'EQUATION DE TRANSFERT DE CHALEUR DES JAUGES COLLEES, EN REGIME TRANSITOIRE.

Dans le chapitre II, nous avons donné la solution exacte de cette équation en supposant que la température pour tous les points de la section de la jauge proprement dite est la même. Nous présentons ici un calcul numérique de la solution en tenant compte des gradients de température suivant l'épaisseur de la jauge. Il s'agit d'une application de la méthode des accroissements finis, l'espace étant divisé en couches successives.

On affecte aux températures deux indices θ_{ij} , où le premier indice indique la position et le deuxième indique le temps (Fig. 1)

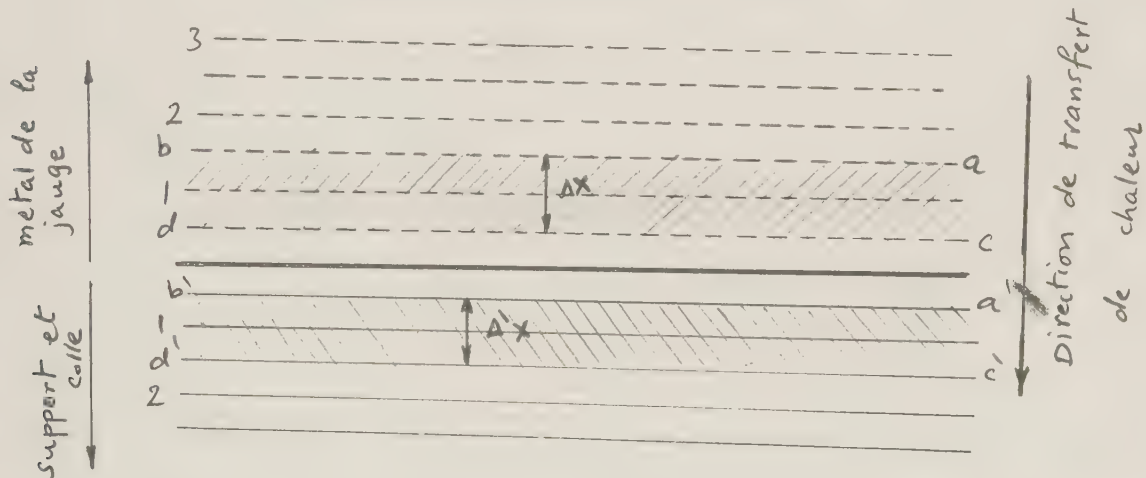


Fig. 1

Considérons le bilan de chaleur dans la couche a b c d.

La quantité de chaleur transférée à travers ab dans le sens de la flèche est pendant le temps t :

$$\Delta Q \approx \frac{\lambda A}{\Delta x} (\theta_{20} - \theta_{10}) \Delta t$$

où λ est la conductibilité thermique du métal de la jauge et A est la surface de la jauge.

Et la quantité transférée à travers le plan cd dans la direction de la flèche est :

$$\Delta Q' \simeq \frac{\lambda A}{\Delta x} (\theta_{10} - \theta_{00}) \Delta t$$

La quantité de chaleur s'accumulant dans la couche a b c d sera la différence entre ces deux quantités plus la quantité de chaleur engendrée dans cette couche.

Donc :

$$\frac{\lambda A}{\Delta x} (\theta_{00} - 2\theta_{10} + \theta_{20}) \Delta t + H \Delta t \frac{\Delta x}{b} = \Delta x A \rho c_p (\theta_{11} - \theta_{10})$$

où H est la puissance calorifique totale engendrée dans la jauge.

b est l'épaisseur totale de la jauge,

ρ est la densité de son métal,

c_p est la chaleur spécifique.

En arrangeant l'équation ci-dessus :

$$\left(\frac{\theta_{00} - 2\theta_{10} + \theta_{20}}{\Delta x^2} + \frac{H}{Ab} \right) = \rho c_p \frac{(\theta_{11} - \theta_{10})}{\Delta t} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{si } \Delta x \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{\theta_{00} - 2\theta_{10} + \theta_{20}}{\Delta x^2} = \frac{d^2 \theta}{dx^2}$$

Donc, l'équation différentielle de transfert de la chaleur sera :

$$\lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{H}{V} = \rho c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} \dots\dots\dots (2)$$

où V est le volume total de la jauge.

De l'équation (1) on tire :

$$\theta_{11} = h \Delta t \frac{(\theta_{00} - 2\theta_{10} + \theta_{20})}{\Delta x^2} + \frac{H}{H_t} \Delta t + \theta_{10} \dots\dots\dots (3)$$

où $h = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ est la diffusivité thermique du métal de la jauge.

$H_t = V \rho c_p$ est la capacité calorifique totale de la jauge.

En considérant le bilan dans la couche a' b' c' d' par la même méthode nous obtenons :

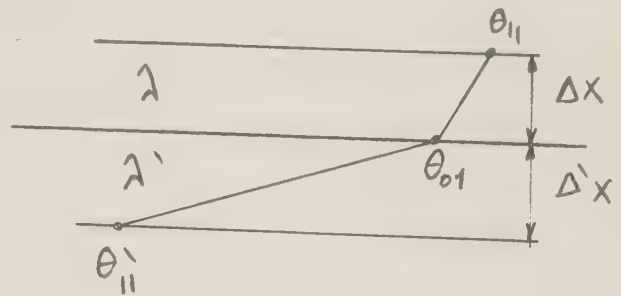
$$\theta_{11}' = h' \Delta t + \frac{(\theta_{00} - 2\theta_{10}' + \theta_{20}')}{\Delta x'^2} + \theta_{10}' \dots \dots \dots (4)$$

Si θ_{0j} est connue, le calcul pas à pas peut être fait, car on commence avec cette valeur. Pour trouver θ_{ij} , on considère les deux couches juste au-dessous et au-dessus de la surface de contact du métal avec le support (Fig. 2).

$$\theta_{11} - \theta_{01} = \frac{\Delta x \Phi}{\lambda A}$$

et

$$\theta_{01} - \theta_{11}' = \frac{\Delta x' \Phi}{\lambda' A}$$



Pratiquement, le même flux de chaleur (Φ) traverse ces deux couches, on a donc :

$$\theta_{01} = \theta_{11} \frac{1}{1 + \frac{\lambda' \Delta x}{\lambda \Delta x'}} + \theta_{11}' \frac{1}{1 + \frac{\lambda \Delta x'}{\lambda' \Delta x}} \dots \dots (5)$$

On a $\lambda \gg \lambda'$, l'équation (5) se réduit à :

$$\theta_{01} \simeq \theta_{11}$$

Par applications successives des équations (3), (4) et (5), les températures θ_{ij} peuvent être calculées.

Annexe II

```

DIMENSION ETA(20), T(20), TAW(20), FI(20), AS(20), ETA1(20), D(20), SD(20)
X, FIFI(20), ASN(20)
WRITE(3,49)
49 FORMAT(9X, 'CALCULATION OF CREEP TIME FORMULA', ///)
13 READ(1,59) AL, DUR, TRAIN, FACT
59 FORMAT(4F8.3)
WRITE(3,69) AL, DUR, TRAIN, FACT
69 FORMAT(1X, 'LOAD = ', F8.3, ' DURATION = ', F8.3, ' TRAINAGE = ', F8.3, ' FA
XCTOR = ', F8.3)
READ(1,29) ETA0, (ETA(I), I=1,20)
29 FORMAT(F10.5/(11F7.4,3X))
READ(1,39) (T(I), I=1,20)
39 FORMAT(11F7.2,3X)
DO18I=1,20
18 TAW(I)=ALOG10(T(I))
FI1=(ETA0-ETA(I))/TAW(I)
AS(I)=FI1*TAW(I)
DO35I=2,20
FI(I)=(ETA(I-1)-ETA(I))/(TAW(I)-TAW(I-1))
35 AS(I)=FI(I)*(TAW(I)-TAW(I-1))
A1=AS(1)+AS(2)+AS(3)+AS(4)
A2=AS(5)+AS(6)+AS(7)+AS(8)
A3=AS(9)+AS(10)+AS(11)+AS(12)
A4=AS(13)+AS(14)+AS(15)+AS(16)
A5=AS(17)+AS(18)+AS(19)+AS(20)
WRITE(3,15) A1, T(2), A2, T(6), A3, T(10), A4, T(14), A5, T(18)
15 FORMAT(1X, 'ETA1 = ', E12.4, 'EXP(-T/', E12.4, ') +', E12.4, 'EXP(-T/', E12
X.4, ') +', //, E12.4, 'EXP(-T/', E12.4, ') +', E12.4, 'EXP(-T/', E12.4, ') +', /
X/, E12.4, 'EXP(-T/', E12.4, ')',
ETA18=A1*EXP(-T(8)/T(2))+A2*EXP(-T(8)/T(6))+A3*EXP(-T(8)/T(10))+A4
X*EXP(-T(8)/T(14))+A5*EXP(-T(8)/T(18))
IF(ABS(ETA(8)-ETA18)-0.05)6,6,7
6 WRITE(3,87)
87 FORMAT(1X, ' JOB FINISHED')
GOTO13
7 DO97I=1,20
ETA1(I)=A1*EXP(-T(I)/T(2))+A2*EXP(-T(I)/T(6))+A3*EXP(-T(I)/T(10))+
XA4*EXP(-T(I)/T(14))+A5*EXP(-T(I)/T(18))
97 D(I)=ETA(I)-ETA1(I)
ETA10=A1+A2+A3+A4+A5
D0=ETA0-ETA10
SD(1)=(D0-D(1))/TAW(1)
DO98I=2,20
98 SD(I)=(D(I-1)-D(I))/(TAW(I)-TAW(I-1))
DO99I=1,20
99 FIFI(I)=ETA1(I)+SD(I)
ASN(1)=FIFI(1)*TAW(1)
DO43I=2,20
43 ASN(I)=FIFI(I)*(TAW(I)-TAW(I-1))
A1N=ASN(1)+ASN(2)+ASN(3)+ASN(4)
A2N=ASN(5)+ASN(6)+ASN(7)+ASN(8)
A3N=ASN(9)+ASN(10)+ASN(11)+ASN(12)
A4N=ASN(13)+ASN(14)+ASN(15)+ASN(16)
A5N=ASN(17)+ASN(18)+ASN(19)+ASN(20)
WRITE(3,17) A1N, T(2), A2N, T(6), A3N, T(10), A4N, T(14), A5N, T(18)
17 FORMAT(1X, 'ETA2 = ', E12.4, 'EXP(-T/', E12.4, ') +', E12.4, 'EXP(-T/', E12
X.4, ') +', //, E12.4, 'EXP(-T/', E12.4, ') +', E12.4, 'EXP(-T/', E12.4, ') +', /
X/, E12.4, 'EXP(-T/', E12.4, ')')
GOTO13
END

```


// EXEC

CALCULATION OF CREEP TIME FORMULA

LOAD = 1.000 DURATION = 10.000 TRAINAGE = 1.500 FACTOR = 3200.000
ETA1 = 0.4500E 01 EXP(-T/ 0.3600E 02) + 0.5000E 00 EXP(-T/ 0.1560E 03) +
0.2000E 00 EXP(-T/ 0.3000E 03) + 0.1300E 00 EXP(-T/ 0.4440E 03) +

0.7000E-01 EXP(-T/ 0.5980E 03)
ETA2 = 0.6190E 01 EXP(-T/ 0.3600E 02) + 0.2129E-01 EXP(-T/ 0.1560E 03) +
0.1076E 00 EXP(-T/ 0.3000E 03) + 0.7493E-01 EXP(-T/ 0.4440E 03) +

0.3912E-01 EXP(-T/ 0.5980E 03)
LOAD = 1.000 DURATION = 2.000 TRAINAGE = 0.0 FACTOR = 3500.000
ETA1 = 0.3650E 01 EXP(-T/ 0.1800E 02) + 0.4000E 00 EXP(-T/ 0.6600E 02) +
0.3000E 00 EXP(-T/ 0.1380E 03) + -0.2000E 00 EXP(-T/ 0.2340E 03) +

0.3500E 00 EXP(-T/ 0.3300E 03)
JOB FINISHED
LOAD = 0.500 DURATION = 2.000 TRAINAGE = 0.0 FACTOR = 3500.000
ETA1 = 0.1700E 01 EXP(-T/ 0.2400E 02) + 0.2000E 00 EXP(-T/ 0.7200E 02) +
0.1100E 00 EXP(-T/ 0.1200E 03) + 0.4000E-01 EXP(-T/ 0.1680E 03) +

0.0 EXP(-T/ 0.2160E 03)
JOB FINISHED
LOAD = 1.000 DURATION = 2.000 TRAINAGE = 0.350 FACTOR = 3500.000
ETA1 = 0.2750E 01 EXP(-T/ 0.2400E 02) + 0.2500E 00 EXP(-T/ 0.7200E 02) +
0.2000E 00 EXP(-T/ 0.1200E 03) + 0.2000E 00 EXP(-T/ 0.1680E 03) +

0.1000E 00 EXP(-T/ 0.2160E 03)
ETA2 = 0.3441E 01 EXP(-T/ 0.2400E 02) + -0.7160E-01 EXP(-T/ 0.7200E 02) +
0.1043E 00 EXP(-T/ 0.1200E 03) + 0.1502E 00 EXP(-T/ 0.1680E 03) +

0.6636E-01 EXP(-T/ 0.2160E 03)
LOAD = 1.000 DURATION = 10.000 TRAINAGE = 1.000 FACTOR = 3500.000
ETA1 = 0.3000E 01 EXP(-T/ 0.2400E 02) + 0.4500E 00 EXP(-T/ 0.7200E 02) +
0.2500E 00 EXP(-T/ 0.1200E 03) + 0.2200E 00 EXP(-T/ 0.1680E 03) +

0.5000E-01 EXP(-T/ 0.2160E 03)
ETA2 = 0.3856E 01 EXP(-T/ 0.2400E 02) + 0.6890E-01 EXP(-T/ 0.7200E 02) +
0.1274E 00 EXP(-T/ 0.1200E 03) + 0.1564E 00 EXP(-T/ 0.1680E 03) +

0.9170E-02 EXP(-T/ 0.2160E 03)
LOAD = 0.500 DURATION = 2.000 TRAINAGE = 0.0 FACTOR = 3500.000


```

DIMENSIONT(100,100),R(100),A(100),AMY(100),QD(100),Q(100)
WRITE(3,20)
20 FORMAT(9X,'CALCULATION OF HEAT CONDUCTION',///)
18 READ(1,21)R(1),DELTR,DELTT
21 FORMAT(3F10.5)
WRITE(3,57)R(1),DELTR,DELTT
57 FORMAT(3X,'R(1)=' ,F10.5,'DELTR=' ,F10.5,'DELTT=' ,F10.5,///)
WRITE(3,61)
61 FORMAT(23X,'TIME TEMPERATURE',//)
WRITE(3,62)
62 FORMAT(20X,' .00000 .20000')
AMDA=6.0E-5
CPVC=820.
CPV=0.288
QD=CPVC*(3.14*R(1)**2)*0.2E-6
R(2)=R(1)+DELTR/2.
I=2
24 AI=I
R(I)=R(2)+(AI-2.0)*DELTR
A(I)=2.0*3.14*R(I)
AMY(I)=(2.0*R(I))+DELTR
IF(R(I)-26.0)22,23,23
22 I=I+1
GOTO24
23 T(1,1)=0.2
T(2,1)=0.0
T(3,1)=0.0
J=2
TIME=0.
Q(1)=0.0
43 C1=(AMDA*DELTT)/((3.14*CPV*DELTR**2)*1.0E-3)
C2=(AMDA*A(2)*DELTT*1.E-3)/DELTR
28 I=2
26 T(I,J)=(C1*(A(I)*T(I-1,J-1)-T(I,J-1)*(A(I)+A(I+1))+A(I+1)*T(I+1,J-1)))/AMY(I)+T(I,J-1)
IF(I-J)25,27,27
25 I=I+1
IF(R(I)-23.0)26,27,27
27 T(I+1,J)=0.
T(I+2,J)=0.
QD(J)=C2*(T(1,J-1)-T(2,J-1))
Q(J)=QD(J)+Q(J-1)
T(1,J)=0.2*(QD-Q(J))/QD
TIME=TIME+DELTT
WRITE(3,30)TIME,T(1,J)
30 FORMAT(20X,2F12.5)
IF(T(1,J)-0.005)31,31,32
32 J=J+1
IF(J-20)23,41,29
41 DELTT=3.0*DELTT
GOTO43
29 IF(J-100)28,37,37
37 WRITE(3,38)
38 FORMAT(10X'JOB FINISHED')
31 WRITE(3,80)T(2,2),T(2,3)
80 FORMAT(20X,'T(2,2)=' ,F10.5,'T(2,3)=' ,F10.5,///)
GOTO18
END

```


ANNEXE III

VARIATION DE ΔE AVEC L'ALLONGEMENT

Les résultats des 32 expériences sont :

$\mathcal{E}$	$\Delta E \%$	$\mathcal{E}$	$\Delta E \%$	$\mathcal{E}$	$\Delta E \%$
900	0,485	700	0,240	450	0,275
900	0,555	700	0,225	450	0,337
900	0,430	700	0,217	450	0,120
900	0,260	700	0,345	450	0,200
900	0,320	700	0,345	450	0,100
750	0,250	700	0,315	450	0,150
700	0,335	700	0,215	450	0,200
700	0,340	700	0,315	450	0,120
700	0,355	450	0,337		
700	0,396	450	0,325		
700	0,310	450	0,300		
700	0,430	450	0,313		

$\mathcal{E}$ en micro-allongement

Dans le tableau suivant nous posons :

$$X = \mathcal{E}$$

et $Y = \Delta E$

Suivant les méthodes statistiques usuelles pour obtenir l'équation de la droite de moindres carrés de la forme :

$$Y = a_0 + a_1 X, \text{ nous aurons :}$$

$$a_0 = \frac{(\sum Y) \cdot (\sum x^2) - (\sum X) \cdot (\sum XY)}{N \sum x^2 - (\sum X)^2}$$

$$a_1 = \frac{N \sum X Y - (\sum X) \cdot (\sum Y)}{N \sum x^2 - (\sum X)^2}$$

En utilisant le tableau ci-contre, on trouve :

$$a_0 = \frac{9,53 \times 13,86 \times 10^6 - 20,45 \times 10^3 \cdot 63,47 \times 10^2}{32 \cdot 13,86 \times 10^6 - (20,45 \times 10^3)^2}$$

$$= 0,109$$

$$a_1 = \frac{32 \cdot 63,47 \times 10^2 - 20,45 \times 10^3 \times 9,53}{32 \cdot 13,86 \times 10^6 - (20,45 \times 10^3)^2}$$

$$= 0,312 \times 10^{-3}$$

Donc, l'équation de la droite de moindres carrés sera de la forme :

$$\Delta E = a_0 + a_1$$

$$= 0,109 + 0,312 \times 10^{-3} \epsilon$$

ϵ en micro-allongement

ΔE en pourcentage.

L'écart type d'estimation est donné par :

$$\begin{aligned} S_{YX}^2 &= \frac{\sum Y^2 - a_0 \sum Y + a_1 \sum X Y}{N} \\ &= \frac{3,186 - 0,109 \times 9,53 - 0,312 \times 6,35}{32} \\ &= 0,0052 \end{aligned}$$

Donc : $S_{YX} = 0,072$

C'est-à-dire que 68 % des points tombent entre deux lignes parallèles au-dessus et au-dessous de la ligne de moindre carré et s'écartent d'elle de 0,072.

Le coefficient de corrélation linéaire est donné par :

$$r = \frac{N \sum X Y - (\sum X) (\sum Y)}{\sqrt{[\sum X^2 - (\sum X)^2] [N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} = 0,46$$

X	Y	X ²	XY	Y ²
900	0,485	0,81 x 10 ⁶	4,35 x 10 ²	0,235
900	0,555	0,81	4,95	0,306
900	0,430	0,81	3,85	0,185
900	0,260	0,81	2,35	0,067
900	0,320	0,81	2,87	0,102
750	0,250	0,56	1,88	0,122
700	0,335	0,49	2,35	0,113
700	0,340	0,49	2,38	0,115
700	0,355	0,49	2,50	0,126
700	0,396	0,49	2,75	0,157
700	0,310	0,49	2,17	0,096
700	0,430	0,49	3,00	0,185
700	0,240	0,49	1,68	0,058
700	0,225	0,49	1,58	0,050
700	0,217	0,49	1,50	0,052
700	0,345	0,49	2,42	0,119
700	0,345	0,49	2,42	0,119
700	0,315	0,49	2,20	0,100
700	0,215	0,49	1,50	0,046
700	0,315	0,49	2,20	0,100

X	Y	X^2	XY	Y^2
450	0,337	$0,2 \times 10^6$	$1,50 \times 10^2$	0,109
450	0,325	0,2	1,48	0,105
450	0,300	0,2	1,35	0,090
450	0,313	0,2	1,40	0,100
450	0,275	0,2	1,24	0,075
450	0,337	0,2	1,50	0,114
450	0,120	0,2	0,54	0,014
450	0,200	0,2	0,90	0,040
450	0,100	0,2	0,45	0,010
450	0,150	0,2	0,68	0,022
450	0,200	0,2	0,90	0,040
450	0,120	0,2	0,54	0,014
$\sum X =$ 20.45×10^3	$\sum Y =$ 9,53	$\sum X^2 =$ 13.86×10^6	$\sum XY =$ 63.47×10^2	$\sum Y^2 =$ 3,186

B I B L I O G R A P H I E

1. L. KELVIN, Trans. Roy. Soc. (London) 146, 649 (1856)
2. W. BRIDGMAN, Proc. Am. Acad. Art. Sci. 57, 39, (1922)
3. V.A. KOVAL, Instr. Constr. n° 11 pp.(10-11) , (1962)
4. R. JOUTY, Thèse d'Etat, Paris, 1955, page 26
5. A.U. KUTSAY, Instr. Cont. System. (U.S.A.) 39, 2, p. 123, (1966)
6. Spécial Manual for operating and maintenance course Instron Limited England.
7. J.L. THOMPSON, J. Brit. Instr. R. Engrs. 4 (1954), 583-601
8. R.B. SIMS, J.A. PALACE, A.D. MORLEY, engineering, 173 (1952), 116.
9. I.I. VASIN, S.N. VYSOKOVXKII, Instrum. Constr. (G.B.) (1963), n° 1, 31-2.
10. J.C. NEWCOMER J. Sci. Instr. n° 2, p. 218, (1969)
11. K.J. SMITHELLS, Metal Referance book Vol III Butter worths (London) , 1967, p 745.
12. G.C. KUCZYNSKI, Phys. Rev. 94 n° 1, (April 1954)
13. R.D. GREENOUGH, Cryogenics Vol 7 n° 1, (Feb. 1967)
14. Propriétés physiques du nickel et de ses alliages C.I.N.
15. K.J. SMITHELLS Metal Referance book Vol II Butter Worths (London) , 1967, p 476.

16. W. BRIDGMAN, Proc. Am. Acad. Art. Sci. 60, 423, (1925)
17. G.A. MITICHENKO, Instr. Const. (G.B.) 1963, n° 1 (7 - 9) , (Jan)
18. M.J. DRUYVESTEYN, Physica 17, 748 (1951)
19. B.D. CULLITY X-Ray diffraction, Addison-Wesley 1956, page 333.
20. B.D. CULLITY X-Ray diffraction, Addison-Wesley 1956, page 72
21. R. BRACHET et autres techniques françaises d'extensométrie, A.O.I.P. 1953, page 79
22. H.K.P. NEUBERT, Instrument Transducers, Oxford Press, 1963, p 113
23. U. ZELBSTEIN, Mesures électroniques au laboratoire et dans l'industrie, Physique des capteurs Dunod 1969, page 190
24. H.K.P. NEUBERT, Strain-gauges, Kinds and use Macmillan (London) 1967, page 50
25. R.J. WHITEHEAD, I.S.A. (U.S.A.) Vol. 11, n° 3, 71 - 3 (mars 1964)
26. Hand book of chemistry and physics, The chemical rubber publishing Co., page 2094 and 2536.
27. P.R. PERINO, Instrum. Contr. Syst. (U.S.A.) 38, vol 12 Déc. 1965 pp 119-21
28. PETER K. STEIN, Instrum. Contr. Syst. Vol. 38 January 1965.
29. R.W. WARFIELD, S P E Journal, Nov. 1958
30. C. ZENER, Elasticity and anelasticity of metals, University of Chicago press (U.S.A.) 1948.
31. J.D. LUBAHN and R.P. FELGAR, plasticity and creep of metals, John Wily and sons New-York - London 1961.
32. A.I. DRAKIN, Instrum. Constr. (G.B.) 1962, n° 8, 26-28 (Aug)
33. W.H. Mc ADAMS, Transmission de la chaleur, Dunod 1964.
34. DIETER, Mechanical metallurgy, International Student Edition, p 222, (1961)

35. ROCARD, Thermodynamique, Masson et Cie,
36. W. SOROKINE, Formulaire de la Radio, Société des Editions Radio-Paris.
37. G. RICHON et J. GOUAULT, C.R. Acad. Sci. Paris, t 273, p 317-20 (23 août 1971) série B.
38. N.F. MOTT and H. JONES, Theories of properties of metals and alloys - Oxford University press, London 1936
39. CHURCHILL, Fourier series and Boundary value problems, p 112, Mc GRAW HILL Book Company , Inc. New-York (1941)
40. H.S. CARSLAW and J.C. JAEGER, Conduction of heat in solids, p 113, Oxford at the clarendon press. (1959).

